

**BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)****Term-End Examination, June, 2019**

**BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I**  
**&**  
**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II**

**Instructions :**

- (i) *Students registered for both BPHE-104/PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for BPHE-104/PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

**बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05**

**विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)**

**सत्रांत परीक्षा, जून, 2019**

**बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I**  
**एवं**

**पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II**

**निर्देश :**

- (i) जो छात्र बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

## BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

## Term-End Examination

June, 2019

## PHYSICS

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS-ITime :  $1\frac{1}{2}$  hours

Maximum Marks : 25

*Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. You can use a calculator or log tables. Symbols have their usual meanings.*

1. Answer any **three** parts : 3×4=12

(a) If  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ , determine a vector of magnitude 4 units, perpendicular to both  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ .

(b) Obtain the directional derivative of  $\Phi = x^2yz + xz^2$  at the point (1, 2, -1) in the direction of  $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ .

(c) Show that for any vector field  $\vec{A}$ ,  
 $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ .

(d) Using the parametric representation, calculate the work done in moving a particle once around a circle in the  $xy$  plane. It is given that the circle has its centre at the origin and radius 2 units, and the force field is :

$$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + 2y)\hat{j}.$$

(e) Determine the square of the arc element for the orthogonal curvilinear coordinate system whose coordinates  $(u, v, w)$  are related to the cartesian coordinates as follows :

$$x = \frac{1}{2}(u^2 - v^2); y = uv; z = w.$$

2. Answer any **one** part :

1×5=5

(a) Using Green's theorem evaluate the integral

$$\oint_C (y^3 dx - x^3 dy)$$

where  $C$  is a circle of radius two units with its centre at the origin.

- (b) State Gauss's theorem. Using Gauss's theorem evaluate the integral

$$\oiint_R (3x \hat{i} + 2y \hat{j}) \cdot d\vec{S}$$

where  $R$  is the sphere defined by  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

3. Answer any **one** part :

1×3=3

- (a) The probability that a certain item produced in a factory is defective is 0.36. Assuming a normal distribution, calculate its mean and standard deviation in a random sample of 400 items.
- (b) Measurements of the diameter  $X$  of wires manufactured in a factory have the probability distribution

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)} & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Calculate the expectation value of  $X$ .

4. Answer any **one** part :

1×5=5

- (a) The diffusion time in hours for a silicon wafer and the resulting sheet resistance are given as follows :

Diffusion time	0.60	1.1	1.6	2.0	2.5
Resistance	84.0	90.0	91.0	93.0	92

Obtain the equation of the regression line for this data.

- (b) The probability distribution of the binomial random variable  $X$  representing the number of successes in  $n$  independent trials is given by :

$$b(x; n, p) = {}^n C_x p^x q^{n-x}, n = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Show that the mean of the binomial distribution is  $np$ .

---

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2019

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय  
विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने  
दिए गए हैं । आप कैल्कुलेटर अथवा लॉग सारणियों का प्रयोग  
कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।

---

1. किन्हीं *तीन* भागों के उत्तर दीजिए : 3×4=12

(क) यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$   
हो, तो  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  दोनों ही के लंबवत, परिमाण 4  
एकक वाला सदिश ज्ञात कीजिए ।

(ख) बिंदु (1, 2, -1) पर  $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  की दिशा में  
 $\Phi = x^2yz + xz^2$  का दिक्-अवकलज प्राप्त कीजिए ।

(ग) सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश क्षेत्र  $\vec{A}$  के लिए  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ .

(घ) प्राचलिक निरूपण का उपयोग कर,  $xy$  तल में एक वृत्त के चारों ओर एक कण को एक बार गति देने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए। यह दिया गया है कि वृत्त का केंद्र मूल-बिंदु पर है तथा उसकी त्रिज्या 2 एकक है और बल क्षेत्र है :

$$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + 2y)\hat{j}$$

(ङ) लांबिक वक्ररेखी निर्देशांक तंत्र के लिए चाप अवयव का वर्ग परिकलित कीजिए जिसके निर्देशांकों  $(u, v, w)$  के कार्तीय निर्देशांकों से निम्नलिखित संबंध हैं :

$$x = \frac{1}{2}(u^2 - v^2); y = uv; z = w.$$

2. किसी एक भाग का उत्तर दीजिए :

1×5=5

(क) ग्रीन प्रमेय का उपयोग कर समाकल

$$\oint_C (y^3 dx - x^3 dy)$$

का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ  $C$  एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या 2 एकक है और केंद्र मूल-बिंदु पर है।

(ख) गाउस प्रमेय का कथन दीजिए । गाउस प्रमेय का उपयोग कर समाकल

$$\oiint_R (3x \hat{i} + 2y \hat{j}) \cdot d\vec{S}$$

का मूल्यांकन कीजिए जहाँ  $R$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  द्वारा परिभाषित गोला है ।

3. किसी एक भाग का उत्तर दीजिए :

1×3=3

(क) एक फैक्टरी में किसी दोषपूर्ण वस्तु के उत्पादन की प्रायिकता 0.36 है । प्रसामान्य बंटन मानते हुए, 400 वस्तुओं के यादृच्छिक प्रतिदर्श के लिए बंटन के माध्य और मानक विचलन परिकलित कीजिए ।

(ख) एक कारखाने में निर्मित तारों के व्यास  $X$  के मापनों का प्रायिकता बंटन है

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)} & 0 < x < 1 \text{ के लिए} \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

$X$  का प्रत्याशा मान परिकलित कीजिए ।

4. किसी एक भाग का उत्तर दीजिए :

1×5=5

(क) सिलिकन वेफर के (घंटों में) विसरण काल और परिणामी शीट प्रतिरोध के मान निम्नलिखित हैं :

विसरण काल	0.60	1.1	1.6	2.0	2.5
प्रतिरोध	84.0	90.0	91.0	93.0	92

इन आंकड़ों के लिए समाश्रयण रेखा का समीकरण प्राप्त कीजिए ।

(ख)  $n$  स्वतंत्र अभिप्रयोगों में सफलताओं की संख्या को निरूपित करने वाले द्विपद यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकता बंटन है :

$$b(x; n, p) = {}^n C_x p^x q^{n-x}, n = 0, 1, 2, \dots, n.$$

सिद्ध कीजिए कि द्विपद बंटन का माध्य  $np$  है ।

---

## BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

## Term-End Examination

June, 2019

## PHYSICS

## PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time :  $1\frac{1}{2}$  hours

Maximum Marks : 25

---

*Note : All questions are compulsory. However, internal choices are given. The marks for each question are indicated against it. You may use log tables or non-programmable calculators. Symbols have their usual meanings.*

---

1. Answer any **three** parts : 3×4=12

- (a) Determine all first and second order partial derivatives of the function

$$f(x, y) = \log(ax + by).$$

- (b) Solve the ODE

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

- (c) Solve the initial value problem

$$y'' + 5y' + 6y = 0; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$$

- (d) Show that the following ODE is exact and solve it :

$$(y - x^3) dx + (x + y^3) dy = 0$$

- (e) Use the method of separation of variables to reduce the Laplace equation  $\nabla^2 f = 0$  in three ODEs.

2. Determine the roots of the indicial equation around the origin for the following ODE :

$$x^2 y'' + xy' + \left( x^2 - \frac{1}{9} \right) y = 0$$

Also obtain the recurrence relation.

6

**OR**

A parachutist diving from an aeroplane from rest experiences an acceleration of  $g \exp(-kt)$ .

Obtain expression for the distance travelled by

the parachutist in time  $t$  given that  $x(t = 0) = x_0$ .

6

3. Obtain the Fourier series of the function

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ \sin x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

and  $f(x + 2\pi) = f(x)$ .

7

**OR**

Solve the 1 - D heat flow equation to obtain the general temperature distribution in a bar of length 20 cm at time  $t$ . The bar has insulated sides at temperatures of  $100^\circ\text{C}$  and its ends are at  $0^\circ\text{C}$  at  $t = 0$ .

7

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2019

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। परन्तु, आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप लॉग सारणियों अथवा अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटरों का प्रयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) फलन

$$f(x, y) = \log(ax + by)$$

के सभी प्रथम और द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

(ग) आदि मान समस्या

$$y'' + 5y' + 6y = 0; y(0) = 1, y'(0) = 4$$

को हल कीजिए ।

(घ) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण

$$(y - x^3) dx + (x + y^3) dy = 0$$

यथातथ है और इस समीकरण को हल कीजिए ।

(ङ) चर पृथक्करण विधि के प्रयोग से लाप्लास समीकरण  $\nabla^2 f = 0$  को तीन साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए ।

2. मूल-बिन्दु के सापेक्ष निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के संगत घातांकी समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए :

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{9}\right)y = 0$$

पुनरावृत्ति संबंध (recurrence relation) भी प्राप्त कीजिए । 6

**अथवा**

वायुयान से विरामावस्था से कूदते हुए एक पैराशूटधारी पर  $g \exp(-kt)$  त्वरण लगता है । पैराशूटधारी द्वारा समय  $t$  में तय की गई दूरी का व्यंजक ज्ञात कीजिए जबकि दिया गया है कि

$$x(t = 0) = x_0.$$

6

3. फलन

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ \sin x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

की फूरिए क्षेणी प्राप्त कीजिए । दिया गया है

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

7

**अथवा**

समय  $t$  पर 20 cm लंबी छड़ में व्यापक तापमान वितरण प्राप्त करने के लिए 1 - D ऊष्मा प्रवाह समीकरण हल कीजिए । छड़ के सिरे क्षण  $t = 0$  पर  $0^\circ\text{C}$  ताप पर हैं और बाकी हिस्सा  $100^\circ\text{C}$  ताप पर इन्सुलेटित है ।

7