

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME****MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA****&****MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY****Instructions :**

1. *Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

**स्नातक उपाधि कार्यक्रम****एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित****एवं****एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति****निर्देश :**

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**June, 2018**

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS**

**MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA**

*Time :  $1\frac{1}{2}$  hours*

*Maximum Marks : 25*

*(Weightage : 70%)*

---

*Note : Attempt any **three** questions from questions no. 1 to 4. Question no. 5 is **compulsory**. Use of calculators is **not** allowed.*

---

1. (a) (i) Apply Gaussian elimination method to solve the following system of equations :
- $$\begin{aligned} -5x + 7y + 3z &= 4 \\ 6x + 3y &= 8 \\ 3x - 2y &= 2 - z \end{aligned}$$
- (ii) On the basis of the solution you have obtained in (i) above, could you have used the Cramer's rule to obtain the solution ? Give reasons for your answer. 3
- (b) For sets A, B and C in a universal set U, show that
- $$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C). \quad 2$$

2. (a) Solve the equation

$$54x^3 - 39x^2 - 26x + 16 = 0,$$

given that the roots are all real and are in G.P. 3

- (b) The annual bonus given to the employees of a company is 5% of their taxable incomes, after the State and Central taxes are deducted. The State tax is 10% of taxable income. The Central tax is 20% of taxable income after deducting the State tax. Formulate this situation for determining the bonus, as a linear system. 2

3. (a) Use the principle of mathematical induction to prove that

$$2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2(2^n - 1). \quad 2\frac{1}{2}$$

- (b) For  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , check whether or not

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c). \quad 2\frac{1}{2}$$

4. (a) Solve for  $x$ ,

$$\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0,$$

where  $a, b, m \in \mathbf{R}$  and  $m \neq 0$ . 2

- (b) Find all the roots of  $z^5 + 32 = 0$  and show them in an Argand diagram. 3

5. Which of the following statements are *true* and which are *false* ? Give a short proof or a counter-example to justify your answers.  $5 \times 2 = 10$

(a)  $\{\text{Indira Gandhi National Open University}, \sqrt{2}, \phi\}$  is a set.

(b) 
$$\frac{[(1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + n(n + 1)]}{n(n + 3)} \geq \frac{n + 1}{4},$$

for  $n \geq 1$ .

(c) The contrapositive of the statement, 'If it is raining in Delhi, then all the telephone instruments in Mumbai are black' is 'If it is not raining in Delhi, then all the telephone instruments in Mumbai are black'.

(d) The equation  $x^7 - 53x^5 + 39x^2 + 7x - 3 = 0$  has at least one real root.

(e) Any system of three linear equations over  $\mathbf{R}$  is consistent.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25  
(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 से 4 में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न सं. 5 अनिवार्य है । कैल्कुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. (क) (i) निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करने के लिए गाउसीय निराकरण विधि का प्रयोग कीजिए :

$$-5x + 7y + 3z = 4$$

$$6x + 3y = 8$$

$$3x - 2y = 2 - z$$

(ii) उपर्युक्त (i) में प्राप्त किए गए हल के आधार पर बताइए कि क्या आप हल प्राप्त करने के लिए क्रैमर नियम का प्रयोग कर सकते थे ? अपने उत्तर के कारण दीजिए ।

3

(ख) एक समष्टीय समुच्चय U में समुच्चयों A, B और C के लिए, दिखाइए कि

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C).$$

2

2. (क) समीकरण

$$54x^3 - 39x^2 - 26x + 16 = 0$$

को हल कीजिए, जहाँ दिया गया है कि सभी मूल वास्तविक हैं और G.P. में हैं।

3

- (ख) किसी कम्पनी के कर्मचारियों को, उनकी कर-योग्य आय में से राज्य और केन्द्रीय कर काटने के पश्चात् बची कर-योग्य आय का 5%, वार्षिक बोनस के रूप में दिया जाता है। राज्य कर, कर-योग्य आय का 10% है। केन्द्रीय कर, राज्य कर काटने के पश्चात् कर-योग्य आय का 20% है। बोनस निर्धारण के लिए इस समस्या को एक रैखिक निकाय के रूप में सूत्रित कीजिए।

2

3. (क)  $2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2(2^n - 1)$  को सिद्ध करने के लिए गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग कीजिए।

$2\frac{1}{2}$

- (ख)  $a, b, c \in \mathbf{R}$  के लिए, जाँच कीजिए कि

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c) \text{ है या नहीं।}$$

$2\frac{1}{2}$

4. (क)  $\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$  को  $x$  के लिए हल कीजिए,

जहाँ  $a, b, m \in \mathbf{R}$  और  $m \neq 0$ .

2

- (ख)  $z^5 + 32 = 0$  के सभी मूल ज्ञात कीजिए और उन्हें एक आरगाँ आरेख में दर्शाइए।

3

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तरों की पुष्टि के लिए लघु उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए । 5×2=10

(क) {इंदिरा गाँधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय,  $\sqrt{2}$ ,  $\phi$ } एक समुच्चय है ।

(ख)  $n \geq 1$  के लिए

$$\frac{[(1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + n(n+1)]}{n(n+3)} \geq \frac{n+1}{4}$$

(ग) कथन 'यदि दिल्ली में बारिश हो रही है, तो मुंबई में सारे टेलीफोन उपकरण काले हैं।' का प्रतिधनात्मक है - 'यदि दिल्ली में बारिश नहीं हो रही है, तो मुंबई में सारे टेलीफोन उपकरण काले हैं' ।

(घ) समीकरण

$$x^7 - 53x^5 + 39x^2 + 7x - 3 = 0$$

का कम-से-कम एक वास्तविक मूल है ।

(ङ)  $\mathbf{R}$  पर किन्हीं तीन रैखिक समीकरणों का निकाय संगत है ।

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)

Term-End Examination  
June, 2018

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS  
MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time :  $1\frac{1}{2}$  hours

Maximum Marks : 25  
(Weightage : 70%)

---

**Note :** Question no. 1 is **compulsory**. Do any **three** questions from questions no. 2 to 5. Use of calculators is **not** allowed.

---

1. Are the following statements *true* or *false* ?  
Justify your answer with a short proof or a counter-example. 5×2=10
- (a) The line  $ax + by = 0$  is tangent to the conic  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by = 1$ , where  $a$  and  $b$  are non-zero constants.
- (b) The equation  $x^2 + xy + \lambda(x + y) = 0$  represents a pair of straight lines for all  $\lambda \in \mathbf{R}$ .
- (c) The planes  $x + y - z + 1 = 0$  and  $3x + 3y - 3z = 0$  are parallel.
- (d) The  $xy$ -plane intersects the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  in a great circle.
- (e) The section of a paraboloid by a plane is a parabola.



2. (a) Find the points of intersection of the conics  $a^2x^2 - b^2y^2 = 1$  and  $b^2x^2 + a^2y^2 = 1$ . 2
- (b) Find the centre and radius of the sphere passing through  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(0, 0, 1)$  and  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ . 3
3. (a) Identify and trace the conic  $x^2 - 2y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$ . 3
- (b) Find the equation of the plane passing through the line  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{3}$  and the point  $(-1, -1, -1)$ . 2
4. (a) Check whether the surface represented by  $x^2 + y^2 = 2(z + 1)$  is symmetric about the YZ-plane, ZX-plane and XY-plane. Do the coordinate axes intersect the surface? 3
- (b) Find the equation of the cylinder whose base is the circle  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$  and the axis is  $x = \frac{y}{2} = z$ . 2
5. Find the new equation of the conicoid  $4x^2 + 4y^2 - 8z^2 - xy + 5yz + 5zx = 0$  under the transformations given by the following table : 5

	x	y	z
x'	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{9}$
y'	$\frac{-8}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
z'	$\frac{1}{9}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{4}{9}$

स्नातक उपाधि कार्यक्रम  
(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है । प्रश्न सं. 2 से 5 में से कोई तीन प्रश्न कीजिए । कैल्कुलेटोर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. क्या निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य? लघु उपपत्ति या प्रत्युदाहरण से अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए ।  $5 \times 2 = 10$ 
  - (क) रेखा  $ax + by = 0$ , शांकव  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by = 1$  की स्पर्श-रेखा है, जहाँ  $a$  और  $b$  शून्येतर अचर हैं ।
  - (ख) समीकरण  $x^2 + xy + \lambda(x + y) = 0$ , सभी  $\lambda \in \mathbf{R}$  के लिए सरल रेखा युग्म को निरूपित करता है ।
  - (ग) समतल  $x + y - z + 1 = 0$  और  $3x + 3y - 3z = 0$  समांतर हैं ।
  - (घ)  $xy$ -तल, गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  को बृहत् वृत्त में प्रतिच्छेद करता है ।
  - (ङ) किसी परवलयज का समतल से परिच्छेद एक परवलय होता है ।

2. (क) शांकवों  $a^2x^2 - b^2y^2 = 1$  और  $b^2x^2 + a^2y^2 = 1$  के प्रतिच्छेद बिंदु ज्ञात कीजिए । 2

(ख) बिंदुओं  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(0, 0, 1)$  और  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  से गुजरने वाले गोले के केंद्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए । 3

3. (क) शांकव  $x^2 - 2y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$  को पहचानिए और आरेखित कीजिए । 3

(ख) रेखा  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{3}$  और बिंदु  $(-1, -1, -1)$  से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

4. (क) जाँच कीजिए कि  $x^2 + y^2 = 2(z+1)$  द्वारा निरूपित पृष्ठ  $YZ$ -समतल,  $ZX$ -समतल और  $XY$ -समतल के प्रति सममित है या नहीं । क्या निर्देशांक अक्ष इस पृष्ठ को प्रतिच्छेदित करते हैं ? 3

(ख) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका आधार वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z=0$  है और अक्ष  $x = \frac{y}{2} = z$  है । 2

5. निम्नलिखित सारणी में दिए गए रूपांतरणों के अधीन शांकवज  $4x^2 + 4y^2 - 8z^2 - xy + 5yz + 5zx = 0$  का नया समीकरण ज्ञात कीजिए : 5

	x	y	z
x'	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{9}$
y'	$\frac{-8}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
z'	$\frac{1}{9}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{4}{9}$