

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2018

00115

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 7 is **compulsory**. Attempt any **four** questions from questions no. 1 to 6. Use of calculators is **not** allowed.

1. (a) Let U be the set of positive integers 1, 2, 3, ... etc., A be the set of odd positive integers and B be the set of even positive integers. Verify De Morgan's laws. 4

- (b) Evaluate

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^4)} \quad dx. \quad 3$$

- (c) Given that

$$P(A \cap B') = \frac{1}{5}, \quad P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{1}{2}.$$

Find the probability that out of two events A and B , only B would occur. 3

2. (a) Find the mean deviation about the mean for the following data : 4

x	1	3	5	7	9
f	5	8	9	3	1

- (b) The sum of a series in A.P. is 72, the first term being 17 and the common difference - 2. Find the series. 3

- (c) If

$$y = \frac{2t}{1+t^2} \text{ and } x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \text{ find } \frac{dy}{dx} \text{ at } t = 1. \quad 3$$

3. (a) If X is a Poisson variate such that $P(X = 2) = 9P(X = 4) + 90P(X = 6)$, find the mean standard deviation of X. 5

- (b) Find the angle between the vectors $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ and $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. 3

- (c) Evaluate

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right]. \quad 2$$

4. (a) Solve $x^2(1-y) dy + y^2(1+x) dx = 0$. 3

- (b) Find the equation of the tangent and normal at the point (-2, 5) for the curve $x^2 + y^2 + 3x - 8y + 17 = 0$. 4

- (c) A population consists of three units 1, 3, 5. Write all possible samples of size 2 without replacement. Find the sampling distribution of the sample mean. 3

5. (a) Find the point of intersection of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ and the plane

$$3x - y + 2z - 5 = 0. \quad 3$$

- (b) Find the correlation coefficient between X and Y for the following data : 4

X	8	6	5	1	3	8	4
Y	1	3	5	6	9	6	5

- (c) Let $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ and $g: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ be defined as $f(x) = x^2 + 1$ and $g(x) = \sqrt{x}$, respectively. Find $f \circ g(x)$ and $g \circ f(x)$, if they exist and find their domains. 3

6. (a) A continuous random variable X has the PDF :

$$f(x) = 3e^{-3x}, \quad x \geq 0 \\ = 0, \quad \text{otherwise}$$

Find :

- (i) The cumulative distribution function
(ii) The mean of X
(iii) The standard deviation of X 4
- (b) Show that $\sin x (1 + \cos x)$ has a maximum at $x = \frac{\pi}{3}$. 4
- (c) Write the term independent of a in the binomial expansion of $\left(3a - \frac{4}{a^6}\right)^7$. 2

7. State whether the following statements are *True* or *False*. Give reasons in support of your answer. 5×2=10

- (a) If α and β are the roots of $x^2 + px + q = 0$, then the equation with the roots $\frac{1}{\alpha^2}$ and $\frac{1}{\beta^2}$ is $q^2x - (p^2 - 2q)x + 1 = 0$.
- (b) 6C_3 samples of size 3 can be drawn from a population of size 6 with replacement.
- (c) There exists a binomial distribution with mean 3 and variance 4.
- (d) The degree of the polynomial $\frac{x^4 - 16}{x - 2}$ is 4.
- (e) The curve $xy^2 = 4b^2(2b - x)$ is symmetrical about y-axis.
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 1 से 6 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरो का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) मान लीजिए U , धनात्मक पूर्णाकों 1, 2, 3, ... इत्यादि का एक समुच्चय है। A , विषम धनात्मक पूर्णाकों और B सम धनात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है। द मॉर्गन नियमों को सत्यापित कीजिए। 4

(ख) $I = \int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^4)}$ का मूल्यांकन कीजिए। 3

- (ग) दिया गया है कि

$$P(A \cap B') = \frac{1}{5}, P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}.$$

इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दो घटनाओं A और B में से केवल घटना B ही घटित होगी। 3

2. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य के प्रति माध्य विचलन ज्ञात कीजिए :

x	1	3	5	7	9
f	5	8	9	3	1

- (ख) एक समांतर श्रेणी का योगफल 72 है। श्रेणी का प्रथम पद 17 है और सार्व अंतर -2 है। श्रेणी ज्ञात कीजिए।

- (ग) यदि $y = \frac{2t}{1+t^2}$ और $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, तब $t = 1$ पर

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

3. (क) यदि X एक प्वासों विचर हो और

$P(X = 2) = 9P(X = 4) + 90P(X = 6)$, तो X का माध्य मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

- (ख) सदिशों $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ और $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

(ग) $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right]$

का मूल्यांकन कीजिए।

4. (क) $x^2(1-y) dy + y^2(1+x) dx = 0$ को हल कीजिए।

- (ख) वक्र $x^2 + y^2 + 3x - 8y + 17 = 0$ के लिए बिन्दु $(-2, 5)$ पर स्पर्शरेखा और अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (ग) एक समष्टि में तीन इकाइयाँ 1, 3, 5 हैं। बिना प्रतिस्थापन के आमाप 2 के सभी संभावित प्रतिदर्श लिखिए। प्रतिदर्श माध्य का प्रतिचयन बंटन ज्ञात कीजिए।

5. (क) रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ और समतल $3x - y + 2z - 5 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए। 3

- (ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 4

X	8	6	5	1	3	8	4
Y	1	3	5	6	9	6	5

- (ग) मान लीजिए $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ और $g : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ क्रमशः $f(x) = x^2 + 1$ और $g(x) = \sqrt{x}$ के रूप में परिभाषित हैं। $f \circ g(x)$ और $g \circ f(x)$ ज्ञात कीजिए, यदि इनका अस्तित्व हो तथा इनके प्रांत ज्ञात कीजिए। 3

6. (क) एक संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन फलन (PDF) है :

$$f(x) = 3e^{-3x}, \quad x \geq 0$$

$$= 0, \quad \text{अन्यथा}$$

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

- (i) संचयी बंटन फलन
(ii) X का माध्य
(iii) X का मानक विचलन 4
- (ख) दिखाइए कि

$$\sin x (1 + \cos x) \text{ का } x = \frac{\pi}{3} \text{ पर उच्चिष्ठ है।} \quad 4$$

- (ग) $\left(3a - \frac{4}{a^6}\right)^7$
के द्विपद प्रसार में a से मुक्त पद लिखिए। 2

7. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर के समर्थन में कारण दीजिए।

5×2=10

(क) यदि α और β , $x^2 + px + q = 0$ के मूल हैं, तब मूलों

$\frac{1}{\alpha^2}$ और $\frac{1}{\beta^2}$ वाला समीकरण

$q^2x - (p^2 - 2q)x + 1 = 0$ है।

(ख) प्रतिस्थापन के साथ आमाप 6 की समष्टि से आमाप 3 के 6C_3 प्रतिदर्श लिए जा सकते हैं।

(ग) माध्य 3 और प्रसरण 4 वाले द्विपद बंटन का अस्तित्व होता है।

(घ) बहुपद $\frac{x^4 - 16}{x - 2}$ का घात 4 है।

(ङ) वक्र $xy^2 = 4b^2(2b - x)$, y-अक्ष के प्रति सममित है।