## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

> Term-End Examination
> June, 2018

(APPLICATION ORIENTED COURSE)
AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH
Time : 2 hours
Maximum Marks : 50
(Weightage : 70\%)
Note: Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are True and which are False ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. $\quad 5 \times 2=10$
(a) Dual simplex method does not require artificial variable to solve the LPP.
(b) In a transportation problem with 3 sources and 4 destinations, the number of basic variables in any basic feasible solution is 7.
(c) Economic Order Quantity (EOQ) results in minimization of set-up cost.
(d) In (M/M/1): (GD/ $/ \infty / \infty$ ) queueing model, the service rate increases as service time decreases.
(e) Dynamic programming problem is solved starting from the initial stage by the forward or backward recursive relationship till the final stage is reached.
2. (a) In a factory, there are six jobs to be performed, each of which should go through two machines $A$ and $B$, in the order $A, B$. The processing timings (in hours) for the jobs are given :

|  | $\mathrm{J}_{1}$ | $\mathrm{~J}_{2}$ | $\mathrm{~J}_{3}$ | $\mathrm{~J}_{4}$ | $\mathrm{~J}_{5}$ | $\mathrm{~J}_{6}$ |
| :--- | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Machine A : | 1 | 4 | 7 | 5 | 6 | 3 |
| Machine B : | 5 | 6 | 3 | 2 | 2 | 10 |

Determine the sequence for performing the jobs to minimize the total elapsed time.

Also, find the idle time for both the machines.
(b) The following table provides the sales data of four salesmen in five sales territories :

| Salesmen | Sales Territories |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | I | II | III | IV | V |
| A | 16 | 15 | 17 | 10 | 8 |
| B | 16 | 16 | 20 | 15 | 12 |
| C | 12 | 8 | 10 | 13 | 15 |
| D | 18 | 16 | 17 | 12 | 10 |

Determine the optimal assignment of salesmen to territories, to maximize the total sale.
3. (a) Obtain the dual of the following LPP:

Minimize $\mathrm{z}=\mathrm{x}_{1}+\mathrm{x}_{2}+\mathrm{x}_{3}$
subject to

$$
\begin{aligned}
& x_{1}-3 x_{2}+4 x_{3}=5 \\
& x_{1}-2 x_{2} \leq 3 \\
& 2 x_{2}-x_{3} \geq 4 \\
& x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{aligned}
$$

(b) Use branch and bound method to solve the integer linear programming problem :
Maximize $\mathrm{z}=7 \mathrm{x}_{1}+9 \mathrm{x}_{2}$
subject to

$$
\begin{aligned}
& -x_{1}+3 x_{2} \leq 6, \quad 7 x_{1}+x_{2} \leq 35, \quad x_{2} \leq 7 \\
& x_{1}, x_{2} \geq 0 \text { and are integers. }
\end{aligned}
$$

4. (a) The following table gives the activities in a construction project and time duration :

| Activity | Preceding activity | Time |
| :---: | :---: | :---: |
| $1 \rightarrow 2$ | - | 20 |
| $1 \rightarrow 3$ | - | 25 |
| $2 \rightarrow 3$ | $1 \rightarrow 2$ | 10 |
| $2 \rightarrow 4$ | $1 \rightarrow 2$ | 12 |
| $3 \rightarrow 4$ | $1 \rightarrow 3,2 \rightarrow 3$ | 5 |
| $4 \rightarrow 5$ | $2 \rightarrow 4,3 \rightarrow 4$ | 10 |

(i) Draw the activity network of the project.
(ii) Determine the critical path and project duration.
(b) A telephone exchange has two long distance operators. The telephone company finds that during the peak load, long distance calls arrive in a Poisson distribution at an average rate of 15 per hour. The length of service on these calls is exponentially distributed with mean length of 5 minutes.
(i) What is the probability that a subscriber will have to wait for his long distance call during the peak hours of the day?
(ii) If subscribers wait and are serviced in turn, what is the expected waiting time?
5. (a) Use dual simplex method to solve the following LPP :

5
Minimize $\mathrm{z}=\mathrm{x}_{1}+\mathrm{x}_{2}$
subject to

$$
2 \mathrm{x}_{1}+\mathrm{x}_{2} \geq 4, \mathrm{x}_{1}+7 \mathrm{x}_{2} \geq 7, \mathrm{x}_{1}, \mathrm{x}_{2} \geq 0
$$

(b) A T.V. repairman finds that the time spent on his jobs has an exponential distribution with mean 30 minutes. He repairs sets in the order in which they arrive. If the arrival of sets has Poisson distribution with an average rate of 10 per day, (taking 8 hours in a day), then what is the repairman's expected idle time each day ? How many jobs are in the queue when a new set is brought for repair?
6. (a) Use two-phase simplex method to solve the following LPP :
Maximize $\mathrm{z}=3 \mathrm{x}_{1}+2 \mathrm{x}_{2}$ subject to

$$
2 x_{1}+x_{2} \leq 2,3 x_{1}+4 x_{2} \geq 12, x_{1}, x_{2} \geq 0
$$

(b) An item is produced at the rate of 50 items per day. The demand occurs at the rate of 25 items per day. If the set-up cost is ₹ 100 , and the holding cost is $₹ 0.01$ per unit of item per day, find the economic lot size for one run, assuming that the shortages are not permitted. Also, find the time of cycle and total minimum cost for one run.
7. (a) Use Vogel's approximate method, to solve the following transportation problem of minimisation :

|  | $\mathrm{D}_{1}$ | $\mathrm{D}_{2}$ | $\mathrm{D}_{3}$ | $\mathrm{D}_{4}$ | Capacity |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $\mathrm{R}_{1}$ | 5 | 7 | 13 | 10 | 700 |
| $\mathrm{R}_{2}$ | 8 | 6 | 14 | 13 | 400 |
| $\mathrm{R}_{3}$ | 12 | 10 | 9 | 11 | 800 |
| Requirement | 300 | 600 | 700 | 400 |  |

(b) A company manufactures around 200 mobiles. The daily production varies from 196 mobiles to 204 mobiles with the following probability distribution :

| Production/day | Probability |
| :---: | :---: |
| 196 | 0.05 |
| 197 | 0.09 |
| 198 | 0.12 |
| 199 | 0.14 |
| 200 | 0.20 |
| 201 | 0.15 |
| 202 | 0.11 |
| 203 | 0.08 |
| 204 | 0.06 |

The finished mobiles are transported in a box with a capacity of only 200 . Using the random numbers
$82,89,78,24,53,61,18$ and 45, simulate the mobiles which could not be transported. Determine the average number of such mobiles.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2018

> (व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम) ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे
अधिकतम अंक : 50
(कुल का : 70\%)
नोट: प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर के पक्ष में लघु उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए।
$5 \times 2=10$
(क) द्वैती एकधा विधि से LPP को हल करने के लिए कृत्रिम चर की आवश्यकता नहीं होती ।
(ख) 3 स्रोतों और 4 गंतव्यों वाली परिवहन समस्या में किसी भी आधारी सुसंगत हल में आधारी चरों की संख्या 7 है।
(ग) आर्थिक ऑर्डर मात्रा (EOQ) से स्थापना लागत का न्यूनतमीकरण हो जाता है।
(घ) $(\mathrm{M} / \mathrm{M} / 1):(\mathrm{GD} / \infty / \infty)$ पंक्ति निदर्श में सेवा समय के घटने पर सेवा दर बढ़ती है ।
(ङ) गतिकी प्रोग्रामन समस्या को प्रारम्भिक अवस्था से प्रारंभ करते हुए अग्र या पश्च पुनरावर्तन संबंध द्वारा अंतिम अवस्था में पहुँचने तक हल किया जाता है ।
2. (क) एक फैक्टरी में छह कार्य किए जाने हैं, प्रत्येक कार्य के लिए दो मशीनों $A$ और $B$ पर क्रम $A, B$ से गुज़रना होगा । कार्यों का प्रक्रम समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

| कार्य : | $\mathrm{J}_{1}$ | $\mathrm{~J}_{2}$ | $\mathrm{~J}_{3}$ | $\mathrm{~J}_{4}$ | $\mathrm{~J}_{5}$ | $\mathrm{~J}_{6}$ |
| :--- | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| मशीन $\mathrm{A}:$ | 1 | 4 | 7 | 5 | 6 | 3 |
| मशीन $\mathrm{B}:$ | 5 | 6 | 3 | 2 | 2 | 10 |

कुल व्यतीत समय को न्यूनतम करने के लिए कार्यों को करने का अनुक्रम निर्धारित कीजिए।
दोनों मशीनों के निष्क्रिय समय भी ज्ञात कीजिए।
(ख) निम्नलिखित तालिका में चार विक्रेताओं द्वारा पाँच क्षेत्रों में की गई बिक्री के आँकड़े दिए गए हैं :

| विक्रेता | क्षेत्रों में की गई बिक्री |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | I | II | III | IV | V |
| A | 16 | 15 | 17 | 10 | 8 |
| B | 16 | 16 | 20 | 15 | 12 |
| C | 12 | 8 | 10 | 13 | 15 |
| D | 18 | 16 | 17 | 12 | 10 |

कुल बिक्री को अधिकतम करने के लिए, क्षेत्रों में विक्रेताओं का इष्टतम नियतन निर्धारित कीजिए।
3. (क) निम्नलिखित LPP की द्वैती प्राप्त कीजिए :
$\mathrm{z}=\mathrm{x}_{1}+\mathrm{x}_{2}+\mathrm{x}_{3}$ का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$
\begin{aligned}
& x_{1}-3 x_{2}+4 x_{3}=5 \\
& x_{1}-2 x_{2} \leq 3 \\
& 2 x_{2}-x_{3} \geq 4 \\
& x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{aligned}
$$

(ख) पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या को शाखा और परिबंध विधि से हल कीजिए :
$\mathrm{z}=7 \mathrm{x}_{1}+9 \mathrm{x}_{2}$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$
\begin{aligned}
& -x_{1}+3 x_{2} \leq 6,7 x_{1}+x_{2} \leq 35, x_{2} \leq 7, \\
& x_{1}, x_{2} \geq 0 \text { और पूर्णांक हैं । }
\end{aligned}
$$

4. (क) निम्नलिखित तालिका में निर्माण परियोजना की गतिविधियाँ और समय-अवधि दी गई है :

| गतिविधि | पूर्ववर्ती गतिविधि | समय |
| :---: | :---: | :---: |
| $1 \rightarrow 2$ | - | 20 |
| $1 \rightarrow 3$ | - | 25 |
| $2 \rightarrow 3$ | $1 \rightarrow 2$ | 10 |
| $2 \rightarrow 4$ | $1 \rightarrow 2$ | 12 |
| $3 \rightarrow 4$ | $1 \rightarrow 3,2 \rightarrow 3$ | 5 |
| $4 \rightarrow 5$ | $2 \rightarrow 4,3 \rightarrow 4$ | 10 |

(i) परियोजना का गतिविधि नेटवर्क का आरेख बनाइए।
(ii) क्रांतिक पथ और परियोजना अवधि निर्धारित कीजिए ।
(ख) एक टेलीफ़ोन एक्सचेंज में दो दूरस्थ ऑपरेटर हैं । टेलीफ़ोन कम्पनी को पता चलता है कि व्यस्त घंटों में दूसस्थ कॉलें प्रति घंटा 15 कॉल की औसत दर पर प्वासों बंटन में पहुँचती है । इन कॉलों पर सेवा लंबाई 5 मिनट की माध्य लंबाई के साथ चरघातांकीय बंटित है।
(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि दिन के व्यस्त घंटों में उपभोक्ता को अपनी दूस्थ कॉल के लिए प्रतीक्षा करनी पड़ेगी ?
(ii) यदि उपभोक्ता प्रतीक्षा करते हैं और बारी-बारी से सेवा प्रदान की जाती है, तब प्रत्याशित प्रतीक्षा समय क्या है ?
5. (क) निम्नलिखित LPP को द्वैती एकधा विधि से हल कीजिए :
$\mathrm{z}=\mathrm{x}_{1}+\mathrm{x}_{2}$ का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$
2 x_{1}+x_{2} \geq 4, x_{1}+7 x_{2} \geq 7, x_{1}, x_{2} \geq 0
$$

(ख) टेलीविजन मरम्मत करने वाले व्यक्ति को ज्ञात होता है कि उसके द्वारा की जाने वाली जॉबों पर लगने वाला समय 30 मिनट माध्य वाला चरघातांकीय बंटित है। वह आगमन क्रम में सेटों की मरम्मत करता है । यदि सेटों का आगमन प्वासों बंटन में होता जिसकी औसत दर 10 सेट प्रतिदिन है, (एक दिन में काम के 8 घंटे लीजिए), तब मरम्मत करने वाले व्यक्ति का प्रतिदिन प्रत्याशित निष्क्रिय समय क्या है ? यदि नया सेट मरम्मत के लिए आता है, तो कितने जॉब पंक्ति में होंगे ?
6. (क) द्विचरण एकधा विधि से निम्नलिखित LPP को हल कीजिए :
$\mathrm{z}=3 \mathrm{x}_{1}+2 \mathrm{x}_{2}$ का अधिकतमीकरण कीजिए
जबकि

$$
2 x_{1}+x_{2} \leq 2,3 x_{1}+4 x_{2} \geq 12, x_{1}, x_{2} \geq 0 .
$$

(ख) एक वस्तु का 50 वस्तु प्रतिदिन की दर पर उत्पादन किया जाता है । उसकी माँग की दर प्रतिदिन 25 वस्तुएँ हैं । यदि स्थापना लागत ₹ 100 है और धारण-लागत प्रतिदिन प्रति वस्तु ₹ 0.01 है, तब एक चक्र के लिए आर्थिक लॉट आमाप ज्ञात कीजिए। यह मानकर चलिए कि माल की कमी की अनुमति नहीं है। एक चक्र में लगने वाला समय और कुल न्यूनतम लागत ज्ञात कीजिए।
7. (क) वोगेल सन्निकटन विधि से न्यूनतमीकरण करने की निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल कीजिए :

|  | $\mathrm{D}_{1}$ | $\mathrm{D}_{2}$ | $\mathrm{D}_{3}$ | $\mathrm{D}_{4}$ | क्षमता |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $\mathrm{R}_{1}$ | 5 | 7 | 13 | 10 | 700 |
| $\mathrm{R}_{2}$ | 8 | 6 | 14 | 13 | 400 |
| $\mathrm{R}_{3}$ | 12 | 10 | 9 | 11 | 800 |
| आवश्यकता | 300 | 600 | 700 | 400 |  |

(ख) एक कम्पनी लगभग 200 मोबाइल बनाती है। दैनिक उत्पादन 196 मोबाइल से 204 मोबाइल के बीच होता है जिसका प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है :

| उत्पादन / दिन | प्रायिकता |
| :---: | :---: |
| 196 | 0.05 |
| 197 | 0.09 |
| 198 | 0.12 |
| 199 | 0.14 |
| 200 | 0.20 |
| 201 | 0.15 |
| 202 | 0.11 |
| 203 | 0.08 |
| 204 | 0.06 |

पूरी तरह तैयार मोबाइल एक बक्से में आगे भेजे जाते हैं। इस बॉक्स की क्षमता केवल 200 मोबाइल ही है। यादृच्छिक संख्याओं
$82,89,78,24,53,61,18$ और 45
का प्रयोग करके अनुकरण कीजिए कि कौन-से मोबाइल नहीं भेजे जा सकें । ऐसे मोबाइलों की औसत संख्या निर्धारित कीजिए।

