

**BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)****Term-End Examination, June, 2017****PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I****&****PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II****Instructions :**

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा, जून, 2017

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

# BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

## Term-End Examination

June, 2017

### PHYSICS

#### PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN

#### PHYSICS-I

Time :  $1\frac{1}{2}$  hours

Maximum Marks : 25

*Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables or non-programmable calculators.*

1. Attempt any *three* parts : 3×4=12

(a) Determine the volume of a parallelepiped

whose three adjacent sides are given by

$$\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{k}, \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \quad \text{and}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}.$$

(b) A rigid body is rotating with an angular speed of

$3.0 \text{ rad s}^{-1}$  about an axis  $OL = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ,

where O is the origin. Determine the velocity of

the body at the point P(4, 1, 2).

(c) A particle moves along a curve whose parametric equations are  $x = 3t^2$ ,  $y = t^2 - 2t$ ,  $z = t^3$ , where the parameter  $t$  is time. Calculate its velocity and acceleration at  $t = 2$  s.

(d) Calculate a unit vector normal to the surface  $x^3 + y^3 + 3xyz = 3$  at the point  $(1, 2, -1)$ .

(e) Prove that :

$$\nabla^2(r^n) = n(n+1)r^{n-2}$$

2. Using the line integral, calculate the work done by the force  $\vec{F} = (2y + 3)\hat{i} + xz\hat{j} + (yz - x)\hat{k}$  when it moves a particle from the point  $(0, 0, 0)$  to the point  $(2, 1, 1)$  along the curve  $x = 2t^2$ ,  $y = t$ ,  $z = t^3$ .

5

OR

Using Stokes' theorem, evaluate the integral

$$\int_C \vec{A} \cdot d\vec{l}, \text{ where } \vec{A} = z^2\hat{j} + yz\hat{k} \text{ and } C \text{ is a}$$

closed path in the  $yz$ -plane joining the points

$O(0, 0, 0)$ ,  $P(0, 3, 0)$  and  $Q(0, 3, 1)$ .

5

3. A class in probability theory consists of 6 boys and 4 girls. An examination is conducted and the students are ranked according to their marks. Assuming that no two students obtain the same score, what is the probability that girls receive the top four scores ? 3

**OR**

Calculate the probability of getting 3 heads when an unbiased coin is tossed five times. 3

4. Determine the constants a and b such that the curve  $y = ae^{bx}$  is the 'best fit' for the following data : 5

x :	2	4	6	8	10
y :	4.0777	11.084	30.128	81.897	222.62

**OR**

Derive the expressions of the mean and variance of the following distribution

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < x < \infty. \quad 5$$



विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2017

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणियों अथवा अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं ।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

3×4=12

(क) एक समांतरषट्फलक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी तीन संलग्न भुजाएँ निम्नलिखित सदिशों द्वारा दी गई हैं :

$$\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \text{ तथा } \vec{c} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}.$$

(ख) एक दृढ़ पिंड, अक्ष  $OL = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  के प्रति  $3.0 \text{ rad s}^{-1}$  की कोणीय चाल से घूर्णन कर रहा है, जहाँ O मूल-बिन्दु है । बिन्दु P(4, 1, 2) पर पिंड का वेग ज्ञात कीजिए ।

(ग) एक कण एक वक्र के अनुदिश गतिमान है जिसके प्राचलिक समीकरण निम्न हैं :

$$x = 3t^2, \quad y = t^2 - 2t, \quad z = t^3,$$

जहाँ प्राचल  $t$  समय है।  $t = 2$  s पर कण का वेग और त्वरण परिकलित कीजिए।

(घ) पृष्ठ  $x^3 + y^3 + 3xyz = 3$  पर बिन्दु  $(1, 2, -1)$  के अभिलंब मात्रक सदिश परिकलित कीजिए।

(ङ) सिद्ध कीजिए कि :

$$\nabla^2(r^n) = n(n+1)r^{n-2}$$

2. रेखा समाकल का उपयोग करते हुए बल  $\vec{F} = (2y + 3)\hat{i} + xz\hat{j} + (yz - x)\hat{k}$  द्वारा किसी कण को वक्र  $x = 2t^2, y = t, z = t^3$  के अनुदिश बिन्दु  $(0, 0, 0)$  से बिन्दु  $(2, 1, 1)$  तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

5

अथवा

स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग कर समाकल  $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$  का

मूल्यांकन कीजिए, जहाँ  $\vec{A} = z^2\hat{j} + yz\hat{k}$  तथा  $C$ ,  $yz$ -समतल में एक संवृत पथ है जो बिन्दुओं  $O(0, 0, 0)$ ,  $P(0, 3, 0)$  और  $Q(0, 3, 1)$  को जोड़ता है।

5

3. प्रायिकता सिद्धान्त की एक कक्षा में 6 लड़के और 4 लड़कियाँ हैं। एक परीक्षा ली जाती है जिसमें विद्यार्थियों को उनके अंकों के अनुसार क्रमबद्ध किया जाता है। मान लीजिए कि सभी विद्यार्थियों को भिन्न-भिन्न अंक मिले हैं, तो लड़कियों द्वारा चार उच्चतम स्थान प्राप्त करने की प्रायिकता क्या होगी ? 3

अथवा

- एक अनभिन्नत सिक्के को पाँच बार उछालने पर 3 चित आने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 3

4. अक्षर  $a$  और  $b$  के मान निर्धारित कीजिए जिससे कि वक्र  $y = ae^{bx}$  निम्नलिखित आँकड़ों के लिए 'श्रेष्ठतम-आसंजन' बने : 5

$x$ :	2	4	6	8	10
$y$ :	4.0777	11.084	30.128	81.897	222.62

अथवा

निम्नलिखित बंटन

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), -\infty < x < \infty$$

- के लिए माध्य और प्रसरण के व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। 5

**BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)**

**Term-End Examination**

**June, 2017**

**PHYSICS**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS-II**

*Time :  $1\frac{1}{2}$  hours*

*Maximum Marks : 25*

---

*Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.*

---

---

1. Attempt any *three* parts :

3×4=12

(a) Show that the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + y + 4 = 0 \text{ is exact and hence, solve it.}$$

(b) Obtain the general solution of the ODE

$$y'' + y = 2 \sin x.$$





- (c) Show that the function  $z = e^x \cos y$  satisfies the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

- (d) Reduce the following PDE into two ODEs :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) f(r, \theta) = k^2 f(r, \theta).$$

- (e) A source of emf  $E(t) = E_0 \cos \omega t$  is applied to a series RC circuit. Set up the differential equation for the variation of charge with time in the circuit. Solve the equation for  $E(t) = 0$ .

2. Attempt any **one** part :

1×6=6

- (a) Consider the equation

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} - (x^2 + 1)y = 0.$$

- (i) Locate the singularities and identify their nature.
- (ii) Obtain the indicial equation using the Frobenius series method and determine its roots.

2+4

- (b) Solve the initial value problem

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - 3 \frac{dx}{dt} - 10x = 0; \quad \frac{dx}{dt} (t = 0) = 0,$$

$$x(0) = 1.$$

6

3. Attempt any *one* part :

7

- (a) Expand the function  $f(x) = x^2$  in Fourier series in the interval  $(-\pi, \pi)$ .
- (b) A uniform bar of length  $L$  is insulated along its length. Both ends of the bar are maintained at  $0^\circ$ . Solve the one-dimensional heat flow equation

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t), \text{ for } (0 < x < L, t > 0)$$

subjected to the boundary conditions

$$T(0, t) = T(L, t) = 0; t \geq 0.$$

The initial temperature distribution is

$$T(x, 0) = 50 \sin \frac{\pi x}{L}.$$

---

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2017

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) दिखाइए कि अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + y + 4 = 0$

यथातथ है और अतः इसका हल प्राप्त कीजिए।

(ख) साधारण अवकल समीकरण  $y'' + y = 2 \sin x$  का व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

(ग) सिद्ध कीजिए कि फलन  $z = e^x \cos y$  समीकरण

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \text{ को संतुष्ट करता है।}$$

(घ) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) f(r, \theta) = k^2 f(r, \theta)$$

में समानीत कीजिए।

(ङ) विद्युत्-वाहक बल के एक स्रोत  $E(t) = E_0 \cos \omega t$  को एक श्रेणी RC परिपथ में लगाया गया है। परिपथ में आवेश के समय के साथ परिवर्तन के लिए अवकल समीकरण स्थापित कीजिए।  $E(t) = 0$  के लिए समीकरण को हल कीजिए।

2. कोई एक भाग कीजिए :

1×6=6

(क) समीकरण

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} - (x^2 + 1)y = 0$$

पर विचार कीजिए।

(i) विचित्रताओं को निर्धारित कीजिए और उनकी प्रकृति की पहचान कीजिए।

(ii) फ़ोर्बिनियस श्रेणी विधि का प्रयोग करके घातांकी समीकरण प्राप्त कीजिए और उसके मूल ज्ञात कीजिए।

2+4

(ख) आदि मान समस्या  $\frac{d^2 x}{dt^2} - 3 \frac{dx}{dt} - 10x = 0;$

$$\frac{dx}{dt} (t=0) = 0, x(0) = 1 \text{ को हल कीजिए।}$$

6

3. कोई एक भाग कीजिए :

7

(क) अंतराल  $(-\pi, \pi)$  में फलन  $f(x) = x^2$  का फूरिये श्रेणी में प्रसार कीजिए ।

(ख) लंबाई  $L$  वाली एकसमान छड़ एक ऊष्मारोधी पदार्थ से घिरी है । छड़ के दोनों सिरे  $0^\circ$  पर हैं । निम्नलिखित एक-विमीय ऊष्मा चालन समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t), (0 < x < L, t > 0) \text{ के लिए}$$

परिसीमा प्रतिबंध,

$$T(0, t) = T(L, t) = 0; t \geq 0 \text{ हैं}$$

और आदि तापमान वितरण

$$T(x, 0) = 50 \sin \frac{\pi x}{L} \text{ है ।}$$

---