No. of Printed Pages : 12

MTE-12(S)

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00273

June, 2017

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-12(S) : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is* ***compulsory****. Attempt any* ***four*** *questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators is* ***not*** *allowed.*

---

1. State which of the following statements are *true* and which are *false*. Give reasons for your answers with a short proof or a counter-example. *5×2=10*

(a) An optimal solution of a LPP does not necessarily use up all the limited sources available.

(b) In the game

	I	II	III
I	6	7	p
II	2	3	3
III	5	1	3

, if (I, III) is a saddle point, then $3 \leq p \leq 6$.

(c) The dual of the primal maximization LPP having m constraints and n non-negative variables should have n constraints and m non-negative variables.

(d) A balanced transportation problem always has a feasible solution.

(e) If all the entries of cost matrix in an assignment problem are increased by a constant, then it will affect the optimal solution of the problem.

2. (a) Use graphical method to solve the following LP problem : 5

Maximize $z = 7x_1 + 3x_2$

subject to the constraints

$$x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$0 \leq x_1 \leq 5/2$$

$$0 \leq x_2 \leq 3/2$$

(b) Obtain the dual of the following LP problem : 5

Minimize $z = x_1 - 3x_2 - 2x_3$

subject to the constraints

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 4$$

$x_1, x_3 \geq 0$, x_2 unrestricted.

The dual must contain exactly 3 constraints and 3 variables.

3. (a) Use graphical method to solve the game

$$\begin{array}{c} \\ \text{Player A} \end{array} \begin{array}{c} \text{Player B} \\ \begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Also find the value of the game. *5*

(b) Find the initial basic feasible solutions of the following transportation problem using

(i) Matrix-Minima method,

(ii) North-West Corner method.

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
O_1	4	6	8	13	50
O_2	13	11	10	8	70
O_3	14	4	10	13	30
O_4	9	11	13	8	50
Demand	25	35	105	20	

Compare both the solutions with respect to the cost. *5*

4. (a) Solve the following assignment problem to minimize the cost : 5

Jobs	I	II	III	IV	V
A	10	5	13	15	16
B	3	9	18	13	6
C	10	7	2	2	2
D	7	11	9	7	12
E	7	9	10	4	12

(b) Check whether the following sets are convex sets : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x^2 \geq 4y\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y^2 \leq 4x\}$

(iii) $S_3 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \geq 4, y^2 \leq 4x\}$

5. (a) Use dominance property to obtain the optimal strategies for both the players in the following game and find the value of the game : 5

Player A \ Player B	I	II	III	IV	V
I	2	4	3	8	4
II	5	6	3	7	8
III	6	7	9	8	7
IV	4	2	8	4	3

(b) A company has three factories F_1, F_2 and F_3 which supply warehouses at W_1, W_2 and W_3. Weekly factory capacities are 200, 160 and 90 units respectively. Weekly requirements are 180, 120 and 150 units respectively. Unit shipping costs are as follows :

Factory	Warehouse			Supply
	W_1	W_2	W_3	
F_1	16	20	12	200
F_2	14	8	18	160
F_3	26	24	16	90
Demand	180	120	150	450

Determine the optimum distribution for this company to minimize costs. *5*

6. (a) Use two-phase method to solve the following problem : *5*

Maximize $z = 3x_1 - x_2$

subject to the constraints

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$
$$x_2 \leq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) For what values of λ, does the game with the following pay-off matrix have a saddle point ? *5*

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} \lambda & 6 & 2 \\ -1 & \lambda & -7 \\ -2 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$

7. (a) Old hens can be bought for ₹ 200 each and young ones cost ₹ 500 each. The old hens lay 3 eggs per week and young ones, 5 eggs per week, each being worth ₹ 3. A hen costs ₹ 10 per week to feed. If I have only ₹ 8,000 to spend for hens, how many of each kind should I buy to give a profit of more than ₹ 600 per week ? Assume that I cannot house more than 20 hens. Formulate the problem as LPP. *5*

(b) Consider the following system of equations :

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3$$

A feasible solution is $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$. Reduce this feasible solution to a basic feasible solution. *5*

एम.टी.ई.-12(S)

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2017

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-12(S) : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना **अनिवार्य** है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई **चार** प्रश्न कीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति **नहीं** है ।*

---

1. बताइए निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन *सत्य* हैं और कौन-से *असत्य* । संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण से अपने उत्तर के कारण बताइए । *5×2=10*

(क) एक LPP का इष्टतम हल सभी सीमित उपलब्ध स्रोतों का आवश्यक रूप से प्रयोग नहीं करता है ।

(ख) खेल

	I	II	III
I	6	7	p
II	2	3	3
III	5	1	3

में, यदि (I, III) एक पल्याण-बिंदु है, तो $3 \leq p \leq 6$.

(ग) m व्यवरोधों और n अऋणात्मक चरों वाली अधिकतमीकरण LPP आद्य की द्वैती में n व्यवरोध और m अऋणात्मक चर होने चाहिए ।

(घ) एक संतुलित परिवहन समस्या का हमेशा एक सुसंगत हल होता है ।

(ङ) एक नियतन समस्या में, यदि कीमत आव्यूह के सभी अवयवों में एक अचर की वृद्धि की जाए, तो समस्या के इष्टतम हल पर प्रभाव पड़ेगा ।

2. (क) निम्नलिखित LP समस्या को ग्राफ़ीय विधि से हल कीजिए : 5

$z = 7x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$0 \leq x_1 \leq 5/2$$

$$0 \leq x_2 \leq 3/2$$

(ख) निम्नलिखित LP समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए : 5

$z = x_1 - 3x_2 - 2x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए

जबकि व्यवरोधों के अंतर्गत

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 4$$

$x_1, x_3 \geq 0$, x_2 अप्रतिबंधित है ।

द्वैती में ठीक 3 व्यवरोध और 2 चर होने आवश्यक हैं ।

3. (क) निम्नलिखित खेल को ग्राफ़ीय विधि से हल कीजिए :

	खिलाड़ी B		
खिलाड़ी A	1	3	11
	8	5	2

खेल का मान भी ज्ञात कीजिए । 5

(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का

(i) आव्यूह-न्यूनतम विधि,

(ii) उत्तर-पश्चिम कोना विधि

से प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए ।

	D_1	D_2	D_3	D_4	आपूर्ति
O_1	4	6	8	13	50
O_2	13	11	10	8	70
O_3	14	4	10	13	30
O_4	9	11	13	8	50
माँग	25	35	105	20	

लागत के लिए दोनों हलों की तुलना कीजिए । 5

4. (क) लागत न्यूनतमीकरण के लिए निम्नलिखित नियतन समस्या हल कीजिए : 5

जॉब	I	II	III	IV	V
A	10	5	13	15	16
B	3	9	18	13	6
C	10	7	2	2	2
D	7	11	9	7	12
E	7	9	10	4	12

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख समुच्चय हैं या नहीं : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x^2 \geq 4y\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y^2 \leq 4x\}$

(iii) $S_3 = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \geq 4, y^2 \leq 4x\}$

5. (क) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल के दोनों खिलाड़ियों की इष्टतम युक्तियाँ प्राप्त कीजिए और खेल का मान भी ज्ञात कीजिए : 5

खिलाड़ी A	खिलाड़ी B: I	II	III	IV	V
I	2	4	3	8	4
II	5	6	3	7	8
III	6	7	9	8	7
IV	4	2	8	4	3

(ख) एक कम्पनी के तीन कारखाने F_1, F_2 और F_3 तीन गोदामों W_1, W_2 और W_3 में आपूर्ति करते हैं । कारखानों की साप्ताहिक क्षमता क्रमश: 200, 160 और 90 इकाइयाँ हैं । साप्ताहिक आवश्यकताएँ क्रमश: 180, 120 और 150 इकाइयाँ हैं । इकाइयों की परिवहन लागत निम्नलिखित है :

कारखानें	गोदाम			आपूर्ति
	W_1	W_2	W_3	
F_1	16	20	12	200
F_2	14	8	18	160
F_3	26	24	16	90
माँग	180	120	150	450

लागत न्यूनतमीकरण के लिए इस कम्पनी का इष्टतम बंटन ज्ञात कीजिए । 5

6. (क) द्वि-चरण विधि से निम्नलिखित समस्या हल कीजिए : 5

$z = 3x_1 - x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि व्यवरोधों के अंतर्गत

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(ख) λ के किन मानों के लिए निम्नलिखित भुगतान आव्यूह वाले खेल का एक पल्याण बिन्दु है ? 5

खिलाड़ी B

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{bmatrix} \lambda & 6 & 2 \\ -1 & \lambda & -7 \\ -2 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$

7. (क) वृद्ध मुर्गियाँ ₹ 200 प्रति मुर्गी की दर से खरीदी जा सकती हैं और युवा मुर्गियों की ₹ 500 प्रति मुर्गी लागत है । वृद्ध मुर्गियाँ प्रति सप्ताह 3 अंडे और युवा मुर्गियाँ प्रति सप्ताह 5 अंडे देती हैं । प्रत्येक अंडे की कीमत ₹ 3 है । एक मुर्गी को खिलाने का खर्चा ₹ 10 प्रति सप्ताह है । यदि मेरे पास मुर्गियों पर खर्च करने के लिए केवल ₹ 8,000 हैं, तो मुझे प्रति सप्ताह ₹ 600 से अधिक लाभ पाने के लिए प्रत्येक प्रकार की कितनी-कितनी मुर्गियाँ खरीदनी चाहिए ? मान लीजिए कि मेरे पास 20 मुर्गियों से अधिक मुर्गियाँ रखने का स्थान नहीं है । इस समस्या को LPP में सूत्रित कीजिए । *5*

(ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय लीजिए :

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3$$

एक सुसंगत हल $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ है । इस सुसंगत हल को एक आधारी सुसंगत हल में समानीत कीजिए । *5*