

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00383

June, 2017

(APPLICATION ORIENTED COURSE)

AOR-01(S) : OPERATIONS RESEARCH

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.*

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter example in support of your answer. $5 \times 2 = 10$
- (a) In an LPP, the dual of the dual is primal.
 - (b) The steps followed in the assignment problem are the same as that used in simplex method.
 - (c) In an inventory model, the optimum order quantity increases with inventory holding cost.
 - (d) The mean and variance of the Poisson distribution are equal.
 - (e) A dummy activity in a project network always has zero duration.

2. (a) Find the optimal solution of the following transportation problem :

6

		Distribution Centres				Availability
		I	II	III	IV	
Supply Centres	A	15	2	10	5	30
	B	10	12	1	12	20
	C	4	8	16	8	50
Demand		20	30	10	40	

- (b) Obtain the dual of the following problem :

$$\text{Maximize } z = 3x_1 - 2x_2 + x_3$$

subject to

$$2x_1 - x_3 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$-2x_1 + x_2 - x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

4

3. (a) The details of a project consisting of seven activities are given below :

<i>Activity</i>	<i>Duration (days)</i>
1 → 2	4
1 → 3	7
1 → 4	6
3 → 5	7
4 → 5	0
5 → 6	5
6 → 7	6
2 → 3	0

Draw the network and the project completion time.

4

- (b) The production department of a company requires 7200 kg of raw material for manufacturing a particular item per year. It has been estimated that the cost of placing an order is ₹ 72 and the cost of holding is ₹ 25. Determine an ordering policy.

2

- (c) The standard weight of a special purpose brick is 5 kg and it contains two basic ingredients B_1 and B_2 . B_1 costs ₹ 5 per kg and B_2 costs ₹ 8 per kg. Strength considerations dictate that the brick should contain not more than 4 kg of B_1 and a minimum of 2 kg of B_2 . Since the demand for the product is likely to be related to the price of the brick, find out graphically the minimum cost of the brick satisfying the above conditions.

4

4. (a) Solve the following assignment problem for the minimum time :

5

	P	Q	R	S	T
A	85	75	65	125	75
B	90	78	66	132	78
C	75	66	57	114	69
D	80	72	60	120	72
E	76	64	56	112	68

- (b) Find all the sequences that minimize the total elapsed time required to complete the following tasks :

Task :	I	II	III	IV	V	VI
Machine 'A' :	12	8	6	10	2	4
Machine 'B' :	8	5	6	9	7	3

Also find the idle time of both the machines.

5

5. (a) A firm on the basis of past sales indicates the daily demand of an item according to the following probability distribution :

<i>Daily Demand</i>	<i>Probability</i>
0	0.20
10	0.10
20	0.10
30	0.20
40	0.15
50	0.25

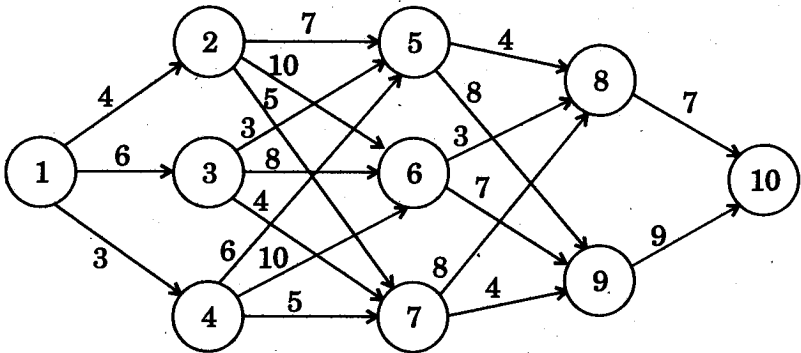
Simulate the demand for next 5 days using the following sequence of random numbers : 3

2, 22, 33, 44, 9

- (b) Customers arrive at a facility according to a Poisson distribution at the rate of two an hour. Find the average number of customers arriving in an 8-hour period. Also find the probability that there will be at least one customer in a 1-hour period. 2

- (c) Find the shortest route of the following network from 1 to 10 using dynamic programming :

5



6. (a) Using simplex method, solve the following LPP :

$$\text{Maximize } z = 6x_1 + 4x_2$$

subject to

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0.$$

5

(b) In a railway platform, trains arrive at a rate of 30 trains per day. Assuming that the inter-arrival time follows an exponential distribution and the service rate (the stoppage time of a train) distribution is also exponential with an average of 36 minutes. Calculate the following :

- (i) The expected queue length
- (ii) The probability that the queue size exceeds 10

If the arrival rate of trains increases to an average of 33 per day, what will be the change in (i) and (ii) ?

5

7. (a) Three customs officers separately check the luggages of the passengers at an airport. The passengers arrive at an average rate of five per hour. The time a customs officer spends with a passenger is exponentially distributed, with mean service time 24 minutes. Find the probability that all the customs officers are idle. Also find the probability that there are exactly 2 customers in the queue.

4

- (b) Solve the following Integer Linear Programming Problem (ILPP) by Branch and Bound method.

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + 3x_2$$

subject to

$$5x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$4x_1 + 9x_2 \leq 36$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers.}$$

6

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2017

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01(S) : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तरों के पक्ष में लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए । 5×2=10

(क) LPP में, द्वैती की द्वैती आद्य होती है ।

(ख) नियतन समस्या में उन्हीं चरणों का प्रयोग किया जाता है जिनका एकधा विधि में प्रयोग किया जाता है ।

(ग) मालसूची निदर्श में, मालसूची इष्टतम आर्डर मात्रा मालसूची धारण लागत के बढ़ जाने से बढ़ जाती है ।

(घ) प्वासां बंटन के माध्य और प्रसरण बराबर होते हैं ।

(ङ) परियोजना नेटवर्क में मूक गतिविधि की अवधि हमेशा शून्य होती है ।

2. (क) निम्नलिखित परिवहन समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए :

6

		वितरण केंद्र				उपलब्धता
		I	II	III	IV	
आपूर्ति केंद्र	A	15	2	10	5	30
	B	10	12	1	12	20
	C	4	8	16	8	50
माँग		20	30	10	40	

- (ख) निम्नलिखित समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए :

$z = 3x_1 - 2x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$2x_1 - x_3 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$-2x_1 + x_2 - x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

4

3. (क) सात गतिविधियों वाली परियोजना के ब्यौरे नीचे दिए गए हैं :

गतिविधि	अवधि (दिनों में)
1 → 2	4
1 → 3	7
1 → 4	6
3 → 5	7
4 → 5	0
5 → 6	5
6 → 7	6
2 → 3	0

नेटवर्क आरेख बनाइए और परियोजना को पूरा करने का समय बताइए ।

4

- (ख) एक कम्पनी के उत्पादन विभाग को किसी विशेष वस्तु के विनिर्माण के लिए प्रति वर्ष 7200 किग्रा कच्चे माल की आवश्यकता है । यह अनुमान लगाया गया कि आर्डर देने की कीमत ₹ 72 और मालसूची की धारण लागत ₹ 25 है । आर्डर नीति निर्धारित कीजिए ।

2

(ग) एक विशेष प्रकार की ईंट का मानक भार 5 किग्रा है और इसमें दो मूलभूत सामान B_1 और B_2 हैं। B_1 की लागत ₹ 5 प्रति किग्रा और B_2 की लागत ₹ 8 प्रति किग्रा है। मजबूती को ध्यान में रखकर बताया गया कि ईंट में B_1 चार किग्रा से ज्यादा नहीं होना चाहिए और B_2 कम-से-कम 2 किग्रा होना चाहिए। चूँकि उत्पाद की माँग की ईंट के मूल्य से संबंधित होने की संभावना है, ऊपर बताए गए प्रतिबंधों को संतुष्ट करते हुए ईंट की न्यूनतम लागत ग्राफिक विधि से ज्ञात कीजिए।

4

4. (क) न्यूनतम समय के लिए निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए :

5

	P	Q	R	S	T
A	85	75	65	125	75
B	90	78	66	132	78
C	75	66	57	114	69
D	80	72	60	120	72
E	76	64	56	112	68

(ख) वे सभी अनुक्रम ज्ञात कीजिए जो निम्नलिखित कार्य को पूरा करने के लिए अपेक्षित कुल प्रवाह समय को न्यूनतम करते हैं :

कार्य :	I	II	III	IV	V	VI
मशीन 'A' :	12	8	6	10	2	4
मशीन 'B' :	8	5	6	9	7	3

दोनों मशीनों का खाली समय भी ज्ञात कीजिए।

5

5. (क) एक फर्म अपनी पिछली बिक्रियों के आधार पर निम्नलिखित प्रायिकता बंटन के अनुसार किसी वस्तु की दैनिक माँग को सूचित करती है :

दैनिक माँग	प्रायिकता
0	0.20
10	0.10
20	0.10
30	0.20
40	0.15
50	0.25

निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं के अनुक्रम का प्रयोग करके अगले पाँच दिनों की माँग अनुकरित कीजिए :

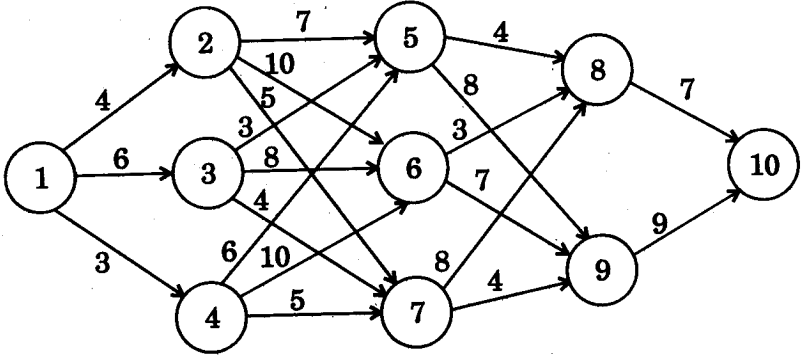
3

2, 22, 33, 44, 9

- (ख) एक सुविधा-केंद्र में ग्राहक प्रति घंटा दो की दर पर प्वासां बंटन के अनुसार पहुँचते हैं । 8-घंटा अवधि में पहुँचने वाले ग्राहकों की औसत संख्या ज्ञात कीजिए । इसकी प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए कि 1-घंटा अवधि में वहाँ कम-से-कम एक ग्राहक होगा ।

2

- (ग) गतिकी प्रोग्रामन का प्रयोग करके 1 से 10 तक के निम्नलिखित नेटवर्क का लघुतम मार्ग ज्ञात कीजिए : 5



6. (क) एकधा विधि का उपयोग करके, निम्नलिखित LPP को हल कीजिए :

$$z = 6x_1 + 4x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

और $x_1, x_2 \geq 0$.

5

(ख) एक रेलवे प्लेटफार्म में, रेलगाड़ियाँ प्रतिदिन 30 गाड़ियों की दर से पहुँचती हैं। यह मानकर कि अंतः-आगमन समय चरघातांकी बंटन का अनुसरण करता है और सेवा दर (स्टेशन पर गाड़ी के रुकने का समय) भी चरघातांकी है और औसत समय 36 मिनट है। निम्नलिखित को परिकलित कीजिए :

(i) प्रत्याशित पंक्ति लंबाई

(ii) प्रायिकता कि पंक्ति आमाप 10 से अधिक है

यदि रेलगाड़ियों की आगमन दर प्रति दिन 33 की औसत से बढ़ती है, तो (i) और (ii) में क्या परिवर्तन होगा ?

5

7. (क) एक एयरपोर्ट पर तीन कस्टम अधिकारी यात्रियों के सामान की अलग-अलग जाँच कर रहे हैं। यात्री प्रति घंटा 5 की औसत दर से पहुँचते हैं। एक यात्री के सामान की जाँच करने में एक कस्टम अधिकारी द्वारा लिया गया समय चरघातांकीय बंटित है, जिसका माध्य सेवा-काल 24 मिनट है। सभी कस्टम अधिकारियों के निष्क्रिय रहने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। इसकी प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए कि पंक्ति में ठीक-ठीक 2 ग्राहक हैं।

4

(ख) निम्नलिखित पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (ILPP)

को शाखा और परिबंध विधि द्वारा हल कीजिए :

$z = 2x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$5x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$4x_1 + 9x_2 \leq 36$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ और पूर्णांक हैं ।}$$

6