

B.Sc. Examination, June, 2016**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I
&
PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II****Instructions :**

- (i) Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
- (ii) Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

बी.एस सी. परीक्षा, जून, 2016

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2016

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-ITime : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.

1. Attempt any *three* parts :

3×4=12

- (a) Determine a unit vector normal to the plane formed by the vectors $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.
- (b) Determine the directional derivative of $f(x, y, z) = xy + z^2$ at the point (1, 0, 2) along the vector $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$.

(c) Show that for a vector field $\vec{A}(x, y, z)$,
 $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

(d) The relations between the spherical polar coordinates r , θ and ϕ and the Cartesian coordinates x , y and z are given by :
 $x = r \sin \theta \cos \phi$; $y = r \sin \theta \sin \phi$ and
 $z = r \cos \theta$. Calculate g_{ij} for all i, j and show that the spherical coordinate system is orthogonal.

(e) The position vector of a particle of mass m moving along a curve is given by

$$\vec{r} = ut \hat{i} + at^2 \hat{j} + s_0 \hat{k}$$

Calculate the velocity and angular momentum of the particle about the origin.

2. Calculate the work done by a force

$$\vec{F} = (x + 2y) \hat{i} + (2x - y) \hat{j}$$

in moving a particle along a circle of radius 3 with its centre at the origin and lying in the x - y plane. 5

OR

State Gauss's divergence theorem. Using the divergence theorem, evaluate the surface

integral $\int_S (2x \hat{i} + 4y \hat{j} - 3z \hat{k}) \cdot d\vec{S}$ over the surface of a cube of side 2. 5

3. An unbiased dice is tossed 5 times. Calculate the probability of getting at least 3 sixes. 3

OR

A random variable x lying between 0 and 1 ($0 \leq x \leq 1$) has the probability density function $p(x) = 3x^2$. Calculate the mean $\langle x \rangle$ and the variance σ . 3

4. When a resistance is measured six times, the following data is obtained :
R (in Ω) : 0.0461, 0.0464, 0.0460, 0.0463, 0.0461 and 0.0459.
Obtain the best value of the resistance and the standard error of the mean. 5

OR

The surface tension of a liquid is measured as a function of temperature. In appropriate units, the measured values are as given below :

Temp. (T)	0°	10°	20°	30°	40°
Surface Tension (σ)	80	72	60	55	50

Obtain the least square fit

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha T$$

to the data.

5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2016

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) एक एकक सदिश निर्धारित कीजिए जो सदिशों

$$\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \text{ और } \vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \text{ द्वारा}$$

बने समतल के लम्बवत् हो।

(ख) सदिश $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के अनुदिश बिन्दु

(1, 0, 2) पर फलन $f(x, y, z) = xy + z^2$ का

दिक्-अवकलज निर्धारित कीजिए।

(ग) सिद्ध कीजिए कि एक सदिश क्षेत्र $\vec{A}(x, y, z)$ के लिए $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

(घ) गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों r, θ तथा ϕ और कार्तीय निर्देशांकों x, y और z के बीच निम्नलिखित संबंध हैं :
 $x = r \sin \theta \cos \phi$; $y = r \sin \theta \sin \phi$ और $z = r \cos \theta$
 सभी i, j के लिए g_{ij} परिकलित कीजिए और दिखाइए कि गोलीय निर्देशांक तंत्र लांबिक है ।

(ङ) एक वक्र के अनुदिश गति कर रहे द्रव्यमान m वाले एक कण का स्थिति सदिश निम्नलिखित है :

$$\vec{r} = ut \hat{i} + at^2 \hat{j} + s_0 \hat{k}$$

कण का वेग और मूल-बिन्दु के प्रति कोणीय संवेग परिकलित कीजिए ।

2. एक कण पर लगे बल का व्यंजक निम्नलिखित है :

$$\vec{F} = (x + 2y) \hat{i} + (2x - y) \hat{j}$$

इस बल द्वारा कण को x - y समतल में एक वृत्त के अनुदिश ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए यदि वृत्त की त्रिज्या 3 हो और उसका केन्द्र मूल-बिन्दु पर हो ।

5

अथवा

गाउस डाइवर्जेंस प्रमेय का कथन लिखिए । डाइवर्जेंस प्रमेय का प्रयोग करते हुए भुजा 2 वाले एक घन के पृष्ठ पर निम्नलिखित पृष्ठ समाकल व्युत्पन्न कीजिए :

$$\int_S (2x \hat{i} + 4y \hat{j} - 3z \hat{k}) \cdot d\vec{S} \quad 5$$

3. एक अनभिनत पासे को 5 बार उछाला जाता है । पासे पर कम-से-कम 3 बार छह आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 3

अथवा

एक यादृच्छिक चर x का मान 0 और 1 के बीच रहता है ($0 \leq x \leq 1$) और उसका प्रायिकता घनत्व फलन $p(x) = 3x^2$ है । इसके माध्य $\langle x \rangle$ और प्रसरण σ परिकलित कीजिए । 3

4. जब किसी प्रतिरोध को छह बार मापा जाता है, तो निम्नलिखित आँकड़े मिलते हैं :

R (Ω में) : 0.0461, 0.0464, 0.0460, 0.0463, 0.0461 और 0.0459.

प्रतिरोध का श्रेष्ठतम मान और माध्य की मानक त्रुटि प्राप्त कीजिए । 5

अथवा

एक द्रव के पृष्ठ तनाव को तापमान के फलन के रूप में मापा जाता है। उचित इकाइयों में, उसके मापित मान निम्नलिखित सारणी में दिए हुए हैं :

तापमान (T)	0°	10°	20°	30°	40°
पृष्ठ तनाव (σ)	80	72	60	55	50

इन आँकड़ों के लिए न्यूनतम वर्ग आसंजन $\sigma = \sigma_0 + \alpha T$ प्राप्त कीजिए।

5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)
Term-End Examination
June, 2016

PHYSICS
PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

*Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. You may use log tables or calculators. Symbols have their usual meanings.*

1. Attempt any **three** parts : 3×4=12

- (a) Show that the following ODE is exact and solve it :

$$(y - x^3) dx + (x + y^3) dy = 0$$

- (b) Determine all the first and second order partial derivatives of the function $f(x, y) = \log(ax + by)$.

- (c) Separate the following PDE into two ODEs :

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right\} \psi(r, \theta) = 0$$

- (d) Obtain the integrating factor and solve the ODE :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x^2}$$

- (e) Obtain the particular integral of the ODE :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} = 2 \sin x$$

2. Determine the singular points of the ODE $x(x-1) \frac{d^2y}{dx^2} + (3x-1) \frac{dy}{dx} + y = 0$. Obtain the indicial equation and one of the solutions of the differential equation.

6

OR

A sphere of mass 'm' is falling freely under gravity in a lake that offers a resistive force proportional to velocity i.e. $f_{\text{res}} = -\gamma \frac{dx}{dt}$, where γ is the constant of proportionality. Set up the equation of motion for the sphere and solve it.

6

3. The electric potential $V(x, t)$ in a power transmission line along x -axis satisfies the equation :

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = RC \frac{\partial V(x, t)}{\partial t}$$

Using the method of separation of variables, solve the equation under the conditions :

7

$$V = 0 \quad \text{at } x = 0$$

$$V = V_0 \quad \text{at } t = 0$$

$$V = 0 \quad \text{at } x = L$$

OR

Draw the function $f(x) = \frac{\pi}{L}x$ defined in the interval $-L < x < L$ and obtain its Fourier series expansion.

7

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2016

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । आप लॉग सारणियों या कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण :

$$(y - x^3) dx + (x + y^3) dy = 0$$

यथातथ है और इस समीकरण को हल कीजिए ।

(ख) फलन $f(x, y) = \log(ax + by)$ के सभी प्रथम और द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज निर्धारित कीजिए ।

(ग) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right\} \psi(r, \theta) = 0$$

(घ) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के लिए समाकलन गुणक प्राप्त कीजिए और इस समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x^2}$$

(ङ) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का विशेष समाकल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} = 2 \sin x$$

2. साधारण अवकल समीकरण

$$x(x-1) \frac{d^2y}{dx^2} + (3x-1) \frac{dy}{dx} + y = 0$$

के विचित्र बिन्दु निर्धारित कीजिए । इस समीकरण के लिए घातांकी समीकरण प्राप्त कीजिए और अवकल समीकरण का एक हल भी प्राप्त कीजिए ।

6

अथवा

द्रव्यमान 'm' वाला एक गोला एक झील के अन्दर गुरुत्वाकर्षण के कारण मुक्त रूप से गिर रहा है । गोले पर लगने वाला प्रतिरोध बल उसके वेग के समानुपाती है, अर्थात्

$$f_{\text{res}} = -\gamma \frac{dx}{dt}, \text{ जहाँ } \gamma \text{ आनुपातिकता अचर है । गोले के लिए गति समीकरण स्थापित कीजिए और उसे हल कीजिए ।}$$

6

3. एक विद्युत् (शक्ति) संचरण लाइन में x -अक्ष के अनुदिश विद्युत् विभव $V(x, t)$ निम्नलिखित समीकरण को संतुष्ट करता है :

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = RC \frac{\partial V(x, t)}{\partial t}$$

चर पृथक्करण विधि द्वारा, निम्नलिखित प्रतिबंधों के लिए, समीकरण को हल कीजिए :

7

$$V = 0 \quad x = 0 \text{ पर}$$

$$V = V_0 \quad t = 0 \text{ पर}$$

$$V = 0 \quad x = L \text{ पर}$$

अथवा

अन्तराल $-L < x < L$ में परिभाषित फलन $f(x) = \frac{\pi}{L}x$ का

आरेख बनाइए और उसका फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए ।

7