

No. of Printed Pages : 12

03271

B.Sc. Examination

June, 2014

**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-I
&
PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II**

Instructions :

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

बी.एस.सी. परीक्षा

जून, 2014

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई. -04 और पी.एच.ई. -05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें ।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई. -04 या पी.एच.ई. -05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें ।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2014

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

*Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning. You may use a log table or calculator.*

1. Answer any **three** parts :

3×4=12

(a) Three vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} are given by

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} = 7\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{c} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

Determine the angle between the vectors

$$(\vec{b} - \vec{a}) \text{ and } (\vec{c} - \vec{a}).$$

(b) Obtain the unit vector normal to the surface of a cone $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ at the point (1, 0, 2).

- (c) The spherical polar coordinates $u_1 = r$, $u_2 = \theta$ and $u_3 = \phi$ are related to the cartesian coordinates x, y, z as follows :

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

Show that the spherical polar coordinate system is orthogonal.

- (d) Compute $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D})$ for the vectors

$$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{B} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{C} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{D} = 6\hat{i} - 7\hat{j} + 2\hat{k}$$

- (e) The position vector $\vec{r}(t)$ of a particle of mass m is moving on a curve given by

$$\vec{r}(t) = 3t^2\hat{i} + 6t\hat{j} + 7\hat{k}$$

Determine the angular momentum of the particle about the origin.

2. Obtain the work done by the force

$$\vec{F} = z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}$$

in moving a particle along the curve $x = \cos t$,
 $y = \sin t$, $z = 3t$ for $(0 \leq t < 2\pi)$.

5

OR

State Gauss's divergence theorem and use it to evaluate the surface integral $\int_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ over a

spherical surface of radius 2 units, for

$$\vec{A} = 7x \hat{i} - z \hat{k}. \quad 5$$

3. The probability of a successful brain operation is 0.2. What is the probability that at least one person out of 10 undergoing the operation will survive? 3

OR

The probability distribution for a continuous random variable X lying between $0 \leq X \leq \infty$ is e^{-X} . Calculate the mean $\langle X \rangle$ and the variance σ . 3

4. Resistance of a coil at different temperatures is measured. The data is given below :

$T (^{\circ}\text{C}) :$	40°	50°	60°	70°	80°
$R (\Omega) :$	1.2	1.3	1.4	1.6	1.7

Obtain the equation $R = a + bT$ for the best fit. 5

OR

Obtain the value of $E(X^2)$ for the Poisson distribution : 5

$$p(x; m) = \frac{e^{-m}}{x!} m^x.$$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणी या कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं ।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए : 3×4=12

(क) निम्नलिखित तीन सदिशों \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} के लिए,

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} = 7\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{c} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

सदिश $(\vec{b} - \vec{a})$ और $(\vec{c} - \vec{a})$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

(ख) बिंदु $(1, 0, 2)$ पर शंकु $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ के पृष्ठ के अभिलंबवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए ।

- (ग) गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों $u_1 = r$, $u_2 = \theta$ तथा $u_3 = \phi$ और कार्तीय निर्देशांकों x, y, z के बीच निम्नलिखित संबंध होता है :

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

सिद्ध कीजिए कि गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक तंत्र लांबिक है।

- (घ) सदिशों

$$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{B} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{C} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{D} = 6\hat{i} - 7\hat{j} + 2\hat{k}$$

के लिए $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D})$ परिकलित कीजिए।

- (ङ) एक वक्र के अनुदिश गतिमान द्रव्यमान m वाले एक कण का स्थिति सदिश $\vec{r}(t)$ निम्नलिखित है :

$$\vec{r}(t) = 3t^2\hat{i} + 6t\hat{j} + 7\hat{k}$$

मूल-बिंदु के प्रति कण का कोणीय संवेग ज्ञात कीजिए।

2. एक कण पर लगने वाला बल निम्नलिखित है :

$$\vec{F} = z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}$$

कण को $(0 \leq t < 2\pi)$ के लिए वक्र $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 3t$ के अनुदिश ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

गाउस डाइवर्जेंस प्रमेय का कथन लिखिए तथा इसका प्रयोग करते हुए त्रिज्या 2 इकाई वाले एक गोलीय पृष्ठ पर सदिश

$$\vec{A} = 7x\hat{i} - z\hat{k} \text{ के लिए पृष्ठ समाकल } \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

परिकलित कीजिए ।

5

3. मस्तिष्क के एक ऑपरेशन के सफल होने की प्रायिकता 0.2 है । यदि यह ऑपरेशन 10 व्यक्तियों पर किया जाए, तो उनमें से कम-से-कम एक व्यक्ति के बचने की प्रायिकता क्या होगी ? 3

अथवा

एक संतत यादृच्छिक चर X के मान $0 \leq X \leq \infty$ के बीच स्थित हैं । इसका प्रायिकता बंटन e^{-X} है । माध्य $\langle X \rangle$ और प्रसरण σ परिकलित कीजिए । 3

4. विभिन्न तापमानों पर मापे गए एक कुंडली के प्रतिरोध के मान निम्नलिखित हैं :

$$T (^\circ\text{C}): \quad 40^\circ \quad 50^\circ \quad 60^\circ \quad 70^\circ \quad 80^\circ$$

$$R (\Omega): \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.6 \quad 1.7$$

इन आँकड़ों को समीकरण $R = a + bT$ में आसंजित कीजिए । 5

अथवा

प्लासों बंटन $p(x; m) = \frac{e^{-m}}{x!} m^x$ के लिए $E(X^2)$ का मान प्राप्त कीजिए । 5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)
Term-End Examination
June, 2014

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

***Note :** Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning.*

1. Answer any **three** parts : 3×4=12

- (a) Show that the solution of the ODE :
 $(y + 4)y' + x = 0$ is a family of concentric circles centred at $(0, -4)$.
- (b) Solve the ODE : $y'' + 3y' + 2y = e^x$.
- (c) If $z = \ln(x^2 + cy^2)$, what should be the value of c so that z satisfies the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

- (d) Solve the initial value problem :
 $y'' + 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$
- (e) Is the periodic function
 $f(x) = x$, $-1 < x < 1$
 $f(x + 2) = f(x)$

odd or even ? Obtain its Fourier series expansion.

2. Answer any **one** part :

6

- (a) Determine the roots of the indicial equation around the origin for the following differential equation :

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{9} \right) y = 0$$

Also obtain the recurrence relation.

- (b) A conductor of resistance R and inductance L is connected in series with an alternating voltage source $E = E_0 \sin \omega t$. Show that the current $i(t)$ in the circuit is given by

$$i(t) = \frac{E_0 \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

where $\theta = \tan^{-1}(\omega L/R)$.

3. Answer any **one** part :

7

- (a) Obtain the Fourier series of the periodic function

$$E(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } -T/2 < t < 0 \\ E_0 \sin \omega t, & \text{if } 0 < t < T/2 \end{cases}$$

where $T = 2\pi/\omega$.

- (b) The steady-state temperature distribution, $T(x, y)$, of a rectangular plate is governed by the following equation :

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} = 0;$$

$$0 < x < L; 0 < y < B$$

Determine $T(x, y)$ if the boundary conditions are

(i) $T(0, y) = 0, \frac{\partial T(L, y)}{\partial x} = 0, 0 < y < B$

(ii) $T(x, 0) = 0, T(x, B) = T_0, 0 < x < L$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए : 3×4=12

(क) दिखाइए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण

$$(y + 4)y' + x = 0$$

का हल एक संकेन्द्रीय वृत्त कुल है जिनके केन्द्र $(0, -4)$ पर हैं।

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को हल करें :

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

(ग) यदि $z = \ln(x^2 + cy^2)$ है, तो c का क्या मान होना चाहिए जिससे कि z निम्नलिखित समीकरण को संतुष्ट करे :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(घ) प्रारंभिक मान समस्या :

$$y'' + 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$$

को हल कीजिए।

(ड) क्या आवर्ती फलन

$$f(x) = x, -1 < x < 1$$

$$f(x+2) = f(x)$$

सम है या विषम ? इसका फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए ।

2. कोई एक भाग का उत्तर दीजिए :

6

(क) $x = 0$ (मूल-बिन्दु) के सापेक्ष निम्नलिखित अवकल समीकरण के संगत घातांकी समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए :

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{9}\right) y = 0$$

पुनरावृत्ति संबंध भी प्राप्त कीजिए ।

(ख) प्रतिरोध R वाले एक चालक और एक प्रेरक L को एक ज्यावक्रीय वोल्टता स्रोत $E = E_0 \sin \omega t$ के साथ एक श्रेणी परिपथ में लगाया गया है । सिद्ध कीजिए कि परिपथ में धारा $i(t)$ निम्नलिखित है :

$$i(t) = \frac{E_0 \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

जहाँ $\theta = \tan^{-1}(\omega L/R)$ है ।

3. कोई एक भाग का उत्तर दीजिए :

7

(क) निम्नलिखित आवर्ती फलन के लिए फूरिए श्रेणी प्राप्त कीजिए :

$$E(t) = \begin{cases} 0, & \text{यदि } -T/2 < t < 0 \\ E_0 \sin \omega t, & \text{यदि } 0 < t < T/2 \end{cases}$$

जहाँ $T = 2\pi/\omega$ है ।

(ख) एक आयताकार धातु प्लेट का स्थायी-अवस्था तापमान वितरण $T(x, y)$ निम्नलिखित समीकरण का पालन करता है :

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} = 0;$$

$$0 < x < L; 0 < y < B$$

$T(x, y)$ ज्ञात कीजिए, यदि परिसीमा प्रतिबंध निम्नलिखित हों :

(i) $T(0, y) = 0, \frac{\partial T(L, y)}{\partial x} = 0, 0 < y < B$

(ii) $T(x, 0) = 0, T(x, B) = T_0, 0 < x < L$