No. of Printed Pages : **8** **MTE-03**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2013

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*
(Weightage 70%)

Note : *Question no. 7 is **compulsory**. Do **any four** questions from question numbers **1** to **6**. Use of calculator is **not** allowed.*

---

1. (a) If $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ and $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ are defined by $f(x) = x - 2$ and $g(x) = x^2 + 2$. Find $fog(x)$. Is this function fog injective, surjective, monotone ? **4**

(b) A machine produces two different kind of articles in the ratio 3 : 2. The probabilities of the first and the second kind of articles being defective are respectively $\frac{1}{30}$ and $\frac{1}{20}$. An article is picked up at random. Find the probability of it being defective. **3**

(c) Find the correlation coefficient between X and Y for the following data : **3**

X	1	3	5	6	7
Y	2	7	1	3	5

2. (a) Integrate $\int_0^{\pi/6} e^{2x} \cos 3x \, dx$ 4

(b) Find a unit vector perpendicular to the vectors $i + 2j + 3k, \ -2i + 3j + 5k$. 3

(c) A continuous random variable X has probability density function f given by 3

$f(x) = k, \ 3 \le X \le 4$

$\quad\quad\quad 0$, otherwise

Find k, the cumulative distribution function of x, the mean of x and the variance of x.

3. (a) The first term of a geometric series is 64 and the fourth term is 1. Find the sum to infinity of the series. 2

(b) A survey is done on 64 families each having five children. Find the expected number of families having 2 boys and 3 girls. 3

(c) Two identical coins are simultaneously tossed for 64 times. Both coins show heads 20 times, both coins show tails 18 times, one coin shows head and the other coin shows tail 26 times. Does this result agree with the hypothesis at 0.05 level of significance that the tossing is random ? 5

4. (a) Find the angle between the planes $x + 2y - z = 5$ and $2x - y + z = 3$. 2

(b) Find the equation of the sphere with its centre at (1, 2, -1) and which passes through the point (4, 0, 3). 2

(c) Find the maximum value of the product of two numbers having sum 30. 2

(d) Calculate the mean deviation about the mean of the following frequency distribution 4

Class interval	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
Frequency	1	1	3	4	1

5. (a) Find the term independent of x in the binomial expansion of $\left(3x - \frac{5}{x^4}\right)^5$. 2

(b) Solve the differential equation 3

$$\left(x^2 + y^2\right)\frac{dy}{dx} = xy.$$

(c) If X is N(8, 4) then find the following : 5

(i) $P(X > 10)$

(ii) $P(|X-8| < 1)$

given that $P(Z < 1) = 0.8413$ and $P\left(Z < \frac{1}{2}\right) = 0.6915$ where Z is N(0, 1).

6. (a) Find the equation of the tangent and the normal at $t=1$ to the curve $x = at^2$, $y = 2at$. 3

(b) Trace the curve $xy^2 = a^2(a-x)$ by stating all the properties used in tracing. 3

(c) Five salesman were imparted a one week specialised training for improving their selling skills. The following data was recorded during the month preceding the training and the month after the training relating to their sales per month. Can we conclude that the training has made any significant impact. Use 5% level of significance. **4**

Sales before training (Rs. in lacs) :	5	6.2	5.4	4.5	5.6
Sales after training (Rs. in lacs) :	5.5	7	5.6	5.5	6.6

[You may use the following values : $t_{0.05,\,4} = 2.132$, $t_{0.05,\,5} = 2.015$, $t_{0.05,\,6} = 1.943$]

7. State whether the following statement are *true* or *false* giving reasons in support of your answer : **2x5=10**

(a) $C(n, 0) + C(n, 1) + \ldots\ldots + C(n, n) = 2^n$.

(b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = 1$

(c) Poisson distribution has equal mean and standard deviation.

(d) If the correlation coefficient between X and Y is r then the correlation coefficient between $-X$ and $-Y$ is $-r$.

(e) The range of the function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by $f(x) = e^x$ is $\mathbf{R}$.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी डी पी)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2013

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न संख्या 7* ***अनिवार्य*** *है। प्रश्न संख्या* **1** *से* **6** *में से* ***किन्हीं चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

1. (a) यदि $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ और $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$ और $g(x) = x^2 + 2$ द्वारा परिभाषित है? तब $fog(x)$ ज्ञात कीजिए। क्या यह फलन fog एकैकी, आच्छादी, एकदिष्ट है? 4

(b) एक मशीन दो अलग-अलग प्रकार की वस्तुएँ अनुपात 3 : 2 में बनाती है। पहली और दूसरी प्रकार की वस्तुओं के खराब होने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{30}$ और $\frac{1}{20}$ है। एक वस्तु यादृच्छया उठाई जाती है। यह वस्तु खराब होगी इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

(c) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए X और Y के बीच सह-संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 3

X	1	3	5	6	7
Y	2	7	1	3	5

2. (a) $\int_0^{\pi/6} e^{2x} \cos 3x \, dx$ को समाकलित कीजिए। 4

(b) सदिश $i + 2j + 3k$, $-2i + 3j + 5k$ के लंब एकक सदिश ज्ञात कीजिए। 3

(c) एक संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन 3

$f(x) = k, 3 \leq X \leq 4$

0, अन्यथा

द्वारा परिभाषित होता है। k, x का संचयी बंटन फलन, x का माध्य और x का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

3. (a) गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद 64 और चौथा पद 1 है। अनंत तक श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए। 2

(b) पाँच बच्चों वाले 64 परिवारों का सर्वेक्षण किया जाता है। 2 लड़कों और तीन लड़कियों वाले परिवारों की प्रत्याशित संख्या ज्ञात कीजिए। 3

(c) दो समान सिक्कों को 64 बार एक साथ उछाला जाता है। दोनों सिक्के 20 बार चित्त और 18 बार पट्ट दर्शाते हैं। 26 बार एक सिक्का चित्त और दूसरा सिक्का पट्ट दर्शाता है। 0.05 के सार्थकता स्तर पर क्या आप इस परिकल्पना से सहमत है कि उछालने की क्रिया यादृच्छिक है। 5

4. (a) समतलों $x + 2y - z = 5$ और $2x - y + z = 3$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

(b) एक ऐसे गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केंद्र (1, 2, −1) पर है और जो बिन्दु (4, 0, 3) से होकर गुज़रता है। 2

(c) 30 योग वाली दो संख्याओं के गुणनफल का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए। 2

(d) निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन परिकलित कीजिए : 4

वर्ग अन्तराल	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
बारंबारता	1	1	3	4	1

5. (a) $\left(3x - \frac{5}{x^4}\right)^5$ के द्विपद प्रसार में x से मुक्त पद ज्ञात कीजिए। 2

(b) अवकल समीकरण $\left(x^2 + y^2\right)\frac{dy}{dx} = xy$ को हल कीजिए। 3

(c) यदि X, N(8, 4) है तब निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : 5

(i) $P(X > 10)$

(ii) $P(|X-8| < 1)$

दिया गया है कि $P(Z < 1) = 0.8413$ और $P\left(Z < \frac{1}{2}\right) = 0.6915$ जहाँ Z, N(0, 1) है।

6. (a) बिंदु $t=1$ पर वक्र $x = at^2$, $y = 2at$ की स्पर्श रेखा और अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

(b) वक्र $xy^2 = a^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिए और अनुरेखण में प्रयुक्त किए गए सभी गुणधर्म भी बताइए। 3

(c) पाँच सैल्समेन को उनके विक्रय कौशलों को सुधारने के लिए एक सप्ताह का विशेष प्रशिक्षण दिया गया। प्रशिक्षण से एक सप्ताह पहले और प्रशिक्षण के एक सप्ताह बाद के दौरान उनकी प्रति माह बिक्री से संबंधित आँकड़े रिकार्ड किए गए जो नीचे दिए गए हैं। क्या इन आँकड़ों से हम इस निष्कर्ष पर पहुँच सकते है कि प्रशिक्षण का सार्थक प्रभाव रहा। 5% सार्थकता स्तर का प्रयोग कीजिए। **4**

प्रशिक्षण से पहले बिक्री (लाख रु. में)	5	6.2	5.4	4.5	5.6
प्रशिक्षण के बाद बिक्री (लाख रु. में)	5.5	7	5.6	5.5	6.6

[आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते है :
$t_{0.05, 4} = 2.132$, $t_{0.05, 5} = 2.015$, $t_{0.05, 6} = 1.943$]

7. उत्तर के पक्ष में कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं या **असत्य** : **2x5=10**

(a) $C(n, 0) + C(n, 1) + \ldots\ldots + C(n, n) = 2^n$.

(b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = 1$

(c) प्वांसा बंटन का माध्य और मानक विचलन बराबर होता है।

(d) यदि X और Y के बीच सह-संबंध गुणांक r है तब $-X$ और $-Y$ के बीच सह-संबंध गुणांक $-r$ होगा।

(e) $f(x) = e^x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ की परिसर **R** है।