

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination

June, 2012

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

Note : Question No. 1 is compulsory. Do any four questions from question 2 to 7. Calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answer : 10

(a) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ is a contradiction.

(b) The generating function of the recurrence.

$$a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0, n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 1$$

$$\text{is : } \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}.$$

(c) $K_{m,n}$ is not Hamiltonian when $m+n$ is odd.

(d) For $n \geq 4$, the Stirling number S_n^{n-2} is

$$6 \subset (n, 4).$$

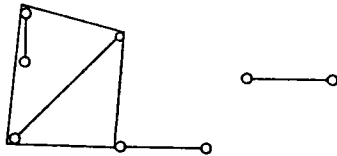
(e) The generating function for the sequence

$$a_n = n+1 \text{ is } \frac{1}{1+z}.$$

2. (a) Check whether the following argument is valid : 4

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \hline p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

- (b) Solve the recurrence relation : 4
 $a_n - 4a_{n-1} = 0, n \geq 1, a_0 = 1.$ Using generating function.
- (c) Verify Euler's theorem for the following graph : 2

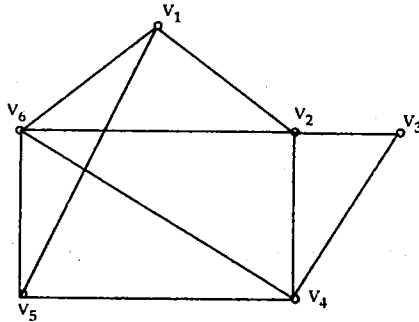


3. (a) Show that $8^n - 3^n$ is divisible by 5 by mathematical induction. 4
- (b) Set up a recurrence relation for the number of n -digit sequences of numbers using only the integers $\{0, 1, 2, 3\}$ which do not have two consecutive 0's. 6
4. (a) Write negation converse and contrapositive of the statement. "For $n \in N$, if $n \equiv 1 \pmod{4}$ there are integers a and b such that $n = a^2 + b^2$." 3

- (b) How many seven digit numbers contain exactly four different digits ? 5
- (c) Find the generating function of the sequence $\{1, 4, 16, 64, \dots\}$. 2
5. (a) Find Coefficient of $x^5 y^{10} z^5 w^5$ in expansion of $(x - 7y + 3z - w)^{20}$. 2
- (b) Find CNF of $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)$. 3
- (c) Find the Stirling numbers of the second kind S_5^i , $0 \leq i \leq 5$, by expressing x^5 in terms of falling factorials defined by
- $$[x]_n = \begin{cases} x(x-1)\dots(x-n+1) & \text{if } n \geq 1. \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$
6. (a) Draw the logic circuit for the expression $(x \vee y' \vee z) \vee (x \wedge y \wedge z')$. 3
- (b) A boy wants to buy some fruits. The fruit store sells Apples, Oranges, Mangoes and Pomegranates. How many different selections are possible if the boy wants to buy 8 fruits ? 3

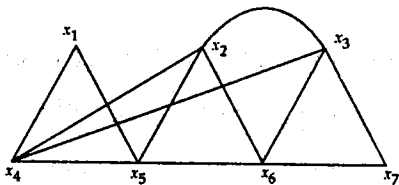
(c) Consider the following graph :

4



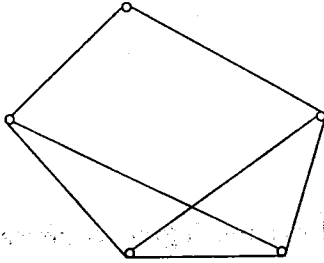
- (i) Write down the degree sequence of the graph.
- (ii) Write down the values of $S(G)$ and $\Delta(G)$.
- (iii) What is $\lambda(G)$, the edge connectivity of the graph? Justify your answer.
- (iv) Give a Hamiltonian Cycle in the graph.

7. (a) Using Fleury's algorithm find Eulerian Circuit in the following graph : 3



Also, indicate the bridges chosen.

- (b) Give vertex and edge colourings of the following graphs using minimum number of colours. Justify your answer. 4



- (c) Five horses are in race. Mr. Ram picks two of the horses at random and bets on them. Find the probability that Ram picked the winner. 3

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2012

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरो का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य है और कौन से असत्य? 10
अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
- (a) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ एक विरोध है।
- (b) पुनरावृत्ति $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0, n \geq 2,$
 $a_0 = 1, a_1 = 1$ का जनक फलन है :
$$\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$
- (c) जब $m+n$ विषम होता है तब $K_{m,n}$ हैमिल्टोनीय नहीं होता।
- (d) $n \geq 4$ के लिए स्टर्लिंग संख्या S_n^{n-2}
 $6 \subset (n, 4)$ है।
- (e) अनुक्रम $a_n = n+1$ का जनक फलन $\frac{1}{1+z}$ है।

2. (a) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित तर्क वैध है या नहीं। 4

$$p \rightarrow q$$

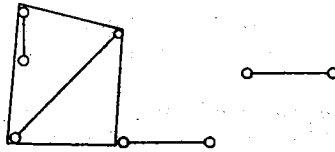
$$r \rightarrow s$$

$$\frac{p \vee r}{\therefore q \vee s}$$

- (b) जनक फलन का प्रयोग करते हुए पुनरावृत्ति संबंध 4

$$a_n - 4a_{n-1} = 0, n \geq 1, a_0 = 1 \text{ को हल कीजिए।}$$

- (c) निम्नलिखित ग्राफ के लिए ऑयलर प्रमेय को सत्यापित 2
कीजिए।



3. (a) गणितीय आगमन द्वारा दिखाइए कि $8^n - 3^n$, 5 से 4
विभाज्य है।

- (b) केवल पूर्णाकों $\{0, 1, 2, 3\}$ का प्रयोग करके n - अंक 6
वाली संख्याओं के अनुक्रमों की संख्या के लिए। जिसमें
दो लगातार 0 न आते हों, पुनरावृत्ति संबंध स्थापित कीजिए।

4. (a) "कथन $n \in N$ के लिए, यदि $n \equiv 1 \pmod{4}$, दो ऐसे 3
पूर्णांक a और b हैं जिनके लिए $n = a^2 + b^2$ होता है।"
कथन का निषेध, विलोम और प्रतिस्थितिक लिखिए।

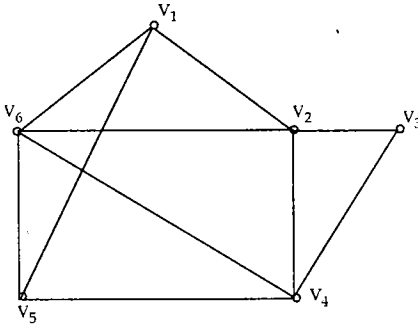
- (b) कितनी सात अंकों वाली संख्याओं में ठीक- ठीक चार 5 अलग-अलग अंक होते हैं।
- (c) अनुक्रम $\{1, 4, 16, 64, \dots\}$ का जनक फलन ज्ञात कीजिए। 2
5. (a) $(x - 7y + 3z - w)^{20}$ के प्रसार में $x^5 y^{10} z^5 w^5$ का गुणांक ज्ञात कीजिए। 2
- (b) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)$ का CNF ज्ञात कीजिए। 3
- (c) $[x]_n = \begin{cases} x(x-1)\dots(x-n+1) & \text{यदि } n \geq 1. \\ 1 & \text{अन्यथा} \end{cases}$ 5

द्वारा परिभाषित पतती क्रमगुणित के पदों में x^5 व्यक्त करके द्वितीय प्रकार की स्टर्लिंग संख्याएं $S_5^i, 0 \leq i \leq 5$, ज्ञात कीजिए।

6. (a) व्यंजक $(x \vee y' \vee z) \vee (x \wedge y \wedge z')$ के लिए तर्क परिपथ बनाइए। 3
- (b) एक लड़का कुछ फल खरीदना चाहता है। फल की दुकान में सेब, संतरे, आम और अनार हैं। यदि लड़का 8 फल खरीदना चाहता है तो कितने अलग-अलग चयन संभव है? 3

(c) निम्नलिखित ग्राफ लीजिए।

4



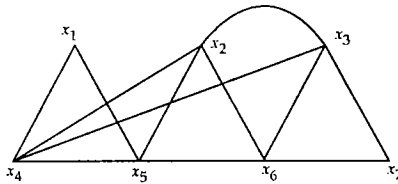
(i) ग्राफ का कोटि अनुक्रम लिखिए।

(ii) $S(G)$ और $\Delta(G)$ के मान लिखिए।

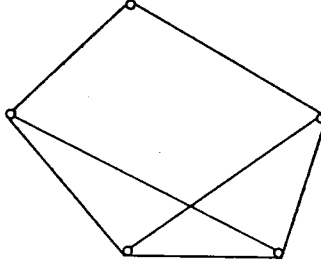
(iii) ग्राफ का कोर संबद्धांक $\lambda(G)$ क्या है? आप की उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(iv) ग्राफ में हैमिल्टोनीय चक्र लिखिए।

7. (a) फ्लूरी कलन-विधि द्वारा निम्नलिखित ग्राफ में ऑयलरी 3 परिपथ ज्ञात कीजिए। चुने गए सेतु भी बताइए।



- (b) कम-से-कम वर्णों का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित 4
ग्राफ के शीर्ष और कोर-रंजक बताइए। आपकी उत्तर
की पुष्टि कीजिए।



- (c) घोड़ों की दौड़ में पाँच घोड़े भाग ले रहे हैं। राम उनमें से 3
दो घोड़े यादृच्छया चुनता है, और उनके लिए बोली लगता
है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि राम ने विजेता
घोड़ा चुना।
