

**BACHELOR'S DEGREE
PROGRAMME (BDP)**

**Term-End Examination
December, 2021**

MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

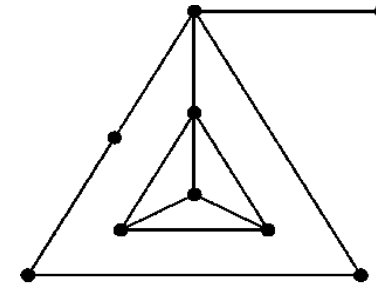
Note : Question No. 1 is compulsory. Answer any four questions from Q. Nos. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.

1. Which of the following statements are **True** and which are **False** ? Justify your answers : 10
 - (i) “ $P(t) : t^2 + 121 > 22t$, for all $t \geq 12$ ”; is a false statement.
 - (ii) The negation of ‘If A is an invertible matrix, then $\text{Adj}(A)$ exists’ is ‘If A is a matrix such that $\text{Adj}(A)$ exists, then A must be invertible’.

P. T. O.

- (iii) The order of the recurrence relation, $a_{n+3} = a_{n+1}a_n + a_{n+2}$, is two.
- (iv) The coefficient of x^{10} in the expansion of $(1 + x^5 + x^{10} + x^{15})^3$ is 3.
- (v) The graph, $K_{3,n}$ is Hamiltonian only if $n = 3$.

2. (a) Find the CNF of $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2')$. 3
- (b) Find $\delta(G)$, $\Delta(G)$ and $\chi(G)$ of the following graph, G : 4



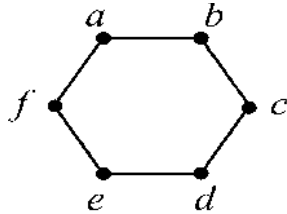
- (c) Express $3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x$ in terms of $[x]_4, [x]_3, [x]_2$ and $[x]_1$. 3
3. (a) If the letters of the English Alphabet from A to G are arranged on a circle, find the number of arrangements possible if B and E are always adjacent to each other. 3

(b) Use mathematical induction to prove that : 4

$$(1 \times 1!) + (2 \times 2!) + (3 \times 3!) + \dots + (n \times n!) = (n+1)! - 1,$$

for all $n \geq 1$.

(c) Draw the complement of the following graph :



Is the complement planar ? Justify your answer. 3

4. (a) Give a proof of the following statement by contradiction : 3

“If $m.n$ is odd, then both m and n are odd.”

(b) Find the sum of the series :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)^3}{k!} = \frac{1^3}{0!} + \frac{2^3}{1!} + \dots + \frac{(n+1)^3}{n!} \dots$$

using the exponential generating function. 5

(c) “The edge chromatic number of the graph K_6 is 5.” Is this true or false ? Why ? 2

5. (a) A box contains 6 blue and 4 yellow balls. Four balls are selected from the box at random. What is the probability that at least two of the selected balls are blue ? 4

(b) If the solution of the recurrence relation :

$$u_n + \alpha u_{n-1} + \beta u_{n-2} = f(n) \forall n \geq 2$$

is $u_n = 2 - 2n + 3.2^n$, then find the values of α, β and $f(n)$. 6

6. (a) For three statements p, q, r , check the validity of the following argument, using a truth table : 5

$$r \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\frac{\sim p}{\therefore (\sim r) \vee (\sim q)}$$

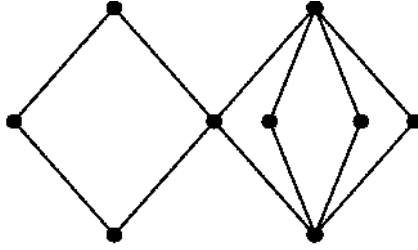
(b) From a survey of 120 people, the following data was obtained : 3

60 owned a car, 35 owned a computer, 20 owned a house, 12 owned a car and a

house, 15 owned a house and a computer, 20 owned a car and a computer, and 9 owned all the three facilities. How many people owned none of the three facilities ?

- (c) How many five-digit numbers can be formed using only even digits ? 2

7. (a) Use Fleury's algorithm to produce a Eulerian circuit for the following graph : 5



- (b) Solve the recurrence relation :

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}, \quad n \geq 2$$

given $a_0 = 3, a_1 = -2$ using generating functions. 5

MTE-13

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर . 2021

एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न सं. 1 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 2 से 7 तक किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कलेटर्स की अनमति नहीं है।

- निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तरों की पष्टि कीजिए : 10
 - “ $P(t) : t^2 + 121 > 22t$, सभी $t \geq 12$ के लिए” एक असत्य कथन है।
 - ‘यदि A एक व्यत्क्रमणीय आव्यह है, तो $\text{Adj}(A)$ का अस्तित्व है’ का निषेध ‘यदि A एक आव्यह इस प्रकार है कि $\text{Adj}(A)$ का अस्तित्व है, तो A व्यत्क्रमणीय होनी चाहिए’ है।

[7]

MTE-13

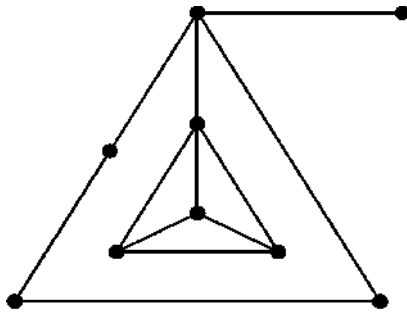
(iii) पनरावत्ति संबंध $a_{n+3} = a_{n+1}a_n + a_{n+2}$ की कोटि 2 है।

(iv) $(1 + x^5 + x^{10} + x^{15})^3$ के प्रसार में x^{10} का गणांक 3 है।

(v) ग्राफ $K_{3,n}$ हैमिल्टोनीय तभी है जब $n=3$ है।

2. (क) $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2')$ का CNF ज्ञात कीजिए। 3

(ख) नीचे दिए गए ग्राफ, G की $\delta(G), \Delta(G)$ और $\chi(G)$ ज्ञात कीजिए : 4



P. T. O.

[8]

MTE-13

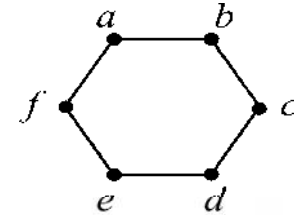
(ग) $3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x$ को $[x]_4, [x]_3, [x]_2$ और $[x]_1$ के पदों में व्यक्त कीजिए। 3

3. (क) यदि अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों A से G को एक वृत्त पर रखा जाता है, तो संभव विन्यासों की संख्या ज्ञात कीजिए जब B और E हमेशा एक-दूसरे के साथ हों। 3

(ख) गणितीय आगमन का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि सभी $n \geq 1$ के लिए : 4

$$(1 \times 1!) + (2 \times 2!) + (3 \times 3!) + \dots + (n \times n!) = (n+1)! - 1$$

(ग) नीचे दिए गए ग्राफ का परक बनाइए :



क्या परक समतलीय है ? अपने उत्तर की पष्टि कीजिए। 3

4. (क) निम्नलिखित कथन की अंतर्विरोध द्वारा एक उपपत्ति दीजिए : 3
 “यदि $m.n$ विषम है, तो दोनों m और n विषम होंगे।”

(ख) चर घातांकीजनक फलन का उपयोग करते हुए श्रेणी :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)^3}{k!} = \frac{1^3}{0!} + \frac{2^3}{1!} + \dots + \frac{(n+1)^3}{n!} \dots$$

का योगफल ज्ञात कीजिए। 5

- (ग) “ग्राफ K_6 की कोर वर्णिक संख्या 5 है।” क्या यह सत्य है या असत्य ? क्यों ? 2

5. (क) एक संदक में 6 नीली और 4 पीली गेंदें हैं। संदक से 4 गेंदें यादच्छया चन ली जाती हैं। क्या प्रायिकता है कि चनी हई गेंदों में से कम से कम दो नीली हैं ? 4

(ख) यदि पनरावत्ति सम्बन्ध :

$$u_n + \alpha u_{n-1} + \beta u_{n-2} = f(n) \forall n \geq 2$$

का हल $u_n = 2 - 2n + 3.2^n$ है, तो α, β और $f(n)$ के मान ज्ञात कीजिए। 6

6. (क) सत्य सारणी का प्रयोग करके, तीन कथनों p, q, r के लिए, निम्नलिखित तर्क की मान्यता जाँच कीजिए : 5

$$r \rightarrow (q \rightarrow p)$$

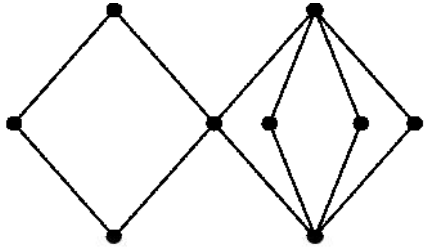
$$\frac{\sim p}{\therefore (\sim r) \vee (\sim q)}$$

- (ख) 120 लोगों के एक सर्वेक्षण से निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए : 3

60 लोगों के पास गाडी है, 35 के पास कम्प्यटर है, 20 के पास घर है, 12 के पास गाडी और घर दोनों हैं, 15 के पास घर और कम्प्यटर दोनों हैं, 20 के पास गाडी और कम्प्यटर दोनों हैं, और 9 लोगों के पास ये तीनों सविधाएँ हैं। कितने लोगों के पास तीनों में से कोई भी सविधा नहीं है ?

(ग) केवल सम अंकों को लेकर 5 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं ? 2

7. (क) नीचे दिए गए ग्राफ के लिए फ्ल्यरी कलन विधि का प्रयोग करके एक ऑयलरीय परिपथ प्राप्त कीजिए : 5



(ख) जनक फलन के प्रयोग से पनरावत्ति संबंध :

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}, \quad n \geq 2$$

जहाँ $a_0 = 3, a_1 = -2$, को हल कीजिए। 5