No. of Printed Pages : 15

MTE-12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2020

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.*

(ii) Answer any ***four*** *questions from question nos.* ***2*** *to* ***7****.*

(iii) Use of calculators is not allowed.

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

5×2=10

(i) A two-dimensional solution space with two equality constraints can include infinity of feasible points only if the two lines coincide.

(ii) A balanced transportation problem may not have any feasible solution.

(iii) An unrestricted primal variable will have the effect of yielding an equality dual constraint.

(iv) The addition of a constant to all the elements of a payoff matrix in a two-person zero sum game can affect only the value of the game not the optimal mix of strategies.

(v) In a dual LPP, the number of variables in primal are more than the number of constraints in dual.

2. (a) A company has three operational departments (weaving, processing and packing) with capacity to produce three different types of clothes namely suitings, shirtings and woollens yielding the profit of ₹ 2, ₹ 4 and ₹ 3 per metre respectively. One metre suiting requires 3 minutes in weaving, 2 minutes in processing and 1 minute in packing. Similarly, one metre of shirting requires 4 minutes in weaving, 1 minute in processing and 3 minutes in packing while one meter woollen requires

3 minutes in each department. In a week, total runtime of each department is 60, 40 and 80 hours of weaving, processing and packing departments respectively are available. Formulate the LPP to find the product mix to maximize the profit. 5

(b) Obtain an initial basic feasible solution to the following transportation problem using (i) North-West Corner method and (ii) Matrix-Minima method : 5

	Stores				
Warehouse	I	II	III	IV	Availability
A	7	3	5	5	34
B	5	5	7	6	15
C	8	6	6	5	12
D	6	1	6	4	19
Demand	21	25	17	17	80

3. (a) Express the point $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ as a convex linear combination of the points A (0, 0), B (0, 1) and C (1, 0). 5

(b) Consider a problem of assigning four clerks to four tasks. The time (hours) required to complete the tasks is given below : 5

		Tasks			
		T_1	T_2	T_3	T_4
Clerks	I	4	7	5	6
	II	10	8	7	4
	III	3	9	5	3
	IV	6	6	4	2

Solve the assignment problem. Write alternative assignments also, if any.

4. (a) Using the principle of dominance, obtain the optimum strategies for both the players for the adjoining pay-off matrix : 5

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	12	10	8
	A_2	14	14	10
	A_3	16	12	15

(b) Use graphical method to find the feasible solution of the following LP problem, if any : 5

Max. :

$$Z = 6x_1 - 4x_2$$

s.t. :

$$2x_1 + 4x_2 \leq 4$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 16$$

$$x_1,\ x_2 \geq 0.$$

Does it have optimal solution ? Justify your answer.

5. (a) Formulate a suitable LPP of the game with respect to minimizing the maximizing players : 5

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	9	5	6
	A_2	7	8	10
	A_3	10	4	8

(b) Find all basic solutions of the following system : 5

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

Check which of them are basic feasible solutions.

6. (a) Write the LPP form of the following transportation problem : 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	Capacity
R_1	5	7	13	10	700
R_2	8	6	14	13	400
R_3	12	10	9	11	800
Requirement	300	600	700	300	

(b) Solve the following game graphically : 5

		Player B	
		B_1	B_2
Player A	A_1	1	– 3
	A_2	3	5
	A_3	– 1	6
	A_4	4	1

7. (a) Solve by simplex method the following LPP : 6

Max. :

$$Z = 2x_1 + 4x_2 + x_3$$

Subject to :

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_2 + 4x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 .$$

(b) Write the dual of the following LPP : 4

Minimize :

$$Z = 3x_1 + 9x_2 + 8x_3$$

Subject to :

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 .$$

MTE-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम भारिता : 50*

नोट : *(i) प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है।*

(ii) प्रश्न सं. 2 से 7 तक कोई ***चार*** *प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रतिउदाहरण दीजिए : $5\times2=10$

   (i) एक द्विविमीय समष्टि हल, जिसमें दो व्यवरोध समानता वाली हैं, के अपरिमित सुसंगत बिन्दु तभी होंगे जबकि दोनों रेखाएँ समान हैं।

(ii) एक संतुलित परिवहन समस्या का कोई सुसंगत हल नहीं हो सकता है।

(iii) एक अप्रतिबंधित आद्य चर इसकी द्वैती में एकसमान व्यवरोध को उत्पन्न करता है।

(iv) एक द्वि–व्यक्ति शून्य खेल के भुगतान आव्यूह के सभी सदस्यों में एक नियत जोड़ने पर केवल खेल का मान ही परिवर्तित होता है, इष्टतम युक्तियाँ नहीं।

(v) एक द्वैती LPP में, आद्य के चरों की संख्या द्वैती की व्यवरोधों की संख्या से अधिक होती है।

2. (क) एक कम्पनी के पास तीन विभाग (बुनाई, प्रक्रम और पैकिंग) हैं, जिनकी क्षमता तीन विभिन्न प्रकार के कपड़ों सूटिंग, शर्टिंग और ऊनी

को बनाने की और उनके प्रति मीटर पर क्रमशः ₹ 2, ₹ 4 और ₹ 3 लाभ पाने की है। सूटिंग के 1 मीटर के लिए 3 मिनट बुनाई, 2 मिनट प्रक्रम और 1 मिनट पैकिंग की आवश्यकता है। इसी प्रकार शर्टिंग के 1 मीटर के लिए 4 मिनट बुनाई, 1 मिनट प्रक्रम और 3 मिनट की पैकिंग जबकि 1 मीटर ऊनी के लिए प्रत्येक विभाग के 3 मिनट आवश्यक हैं। एक सप्ताह में बुनाई, प्रक्रम और पैकिंग विभाग के क्रमशः 60, 40 और 80 घंटे उपलब्ध हैं। अधिकतम लाभ वाली उत्पाद-मिश्र LPP सूत्रित कीजिए। 5

(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का (i) उत्तर पश्चिम कोना विधि और (ii) न्यूनतम आव्यूह

विधि से प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 5

स्टोर्स					
गोदाम	I	II	III	IV	उपलब्धता
A	7	3	5	5	34
B	5	5	7	6	15
C	8	6	6	5	12
D	6	1	6	4	19
माँग	21	25	17	17	80

3. (क) बिन्दु $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ को बिन्दुओं A (0, 0), B (0, 1) और C (1, 0) के अवमुख रैखिक संयोजन में व्यक्त कीजिए। 5

(ख) चार क्लर्कों को चार कार्य सौंपने की समस्या लीजिए। कार्य पूरा करने हेतु आवश्यक समय (घंटों में) नीचे दिया गया है : 5

		कार्य			
		T_1	T_2	T_3	T_4
क्लर्क	I	4	7	5	6
	II	10	8	7	4
	III	3	9	5	3
	IV	6	6	4	2

नियतन समस्या हल कीजिए। यदि कोई विकल्पीय हल है, तो वह भी लिखिए।

4. (क) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के लिए प्रमुखता नियम का प्रयोग करके दोनों खिलाड़ियों की इष्टतम युक्तियाँ ज्ञात कीजिए : 5

		खिलाड़ी B		
		B_1	B_2	B_3
खिलाड़ी A	A_1	12	10	8
	A_2	14	14	10
	A_3	16	12	15

(ख) निम्नलिखित LP समस्या का ग्राफीय विधि से सुसंगत हल (यदि कोई है) ज्ञात कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 6x_1 - 4x_2$$

जबकि :

$$2x_1 + 4x_2 \leq 4$$
$$4x_1 + 8x_2 \geq 16$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0$$

क्या यह इष्टतम हल है? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए।

5. (क) निम्नलिखित खेल में अधिकतमीकरण और न्यूनतमीकरण खिलाड़ी की LPP सूत्रित कीजिए : 5

		खिलाड़ी B		
		B_1	B_2	B_3
खिलाड़ी A	A_1	9	5	6
	A_2	7	8	10
	A_3	10	4	8

(ख) निम्नलिखित निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए : 5

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

यह जाँच भी कीजिए कि इसमें से कौन-से हल आधारी सुसंगत हैं।

6. (क) निम्नलिखित परिवहन समस्या की LPP लिखिए : 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	क्षमता
R_1	5	7	13	10	700
R_2	8	6	14	13	400
R_3	12	10	9	11	800
आवश्यकता	300	600	700	300	

(ख) निम्नलिखित खेल ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

खिलाड़ी B

खिलाड़ी A		B_1	B_2
	A_1	1	-3
	A_2	3	5
	A_3	-1	6
	A_4	4	1

7. (क) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए : 6

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 2x_1 + 4x_2 + x_3$$

जबकि :

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_2 + 4x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

क्या यह इष्टतम हल है ? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए।

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती लिखिए : 4

न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$Z = 3x_1 + 9x_2 + 8x_3$$

जबकि :

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$