

No. of Printed Pages : 16 **MTE-04/MTE-05**

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(B. D. P.)**

**Term-End Examination**

**December, 2020**

**(Elective Course : Mathematics)**

**MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA**

**&**

**MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY**

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 50*

*Weightage : 70%*

---

***Instruction :***

- 1. Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- 2. Students who have registered for METE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

**MTE-04/MTE-05**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

( ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित )

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

भारिता : 70%

---

**निर्देश :**

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
  2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- 
-

**MTE-04****BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME****(B. D. P.)****Term-End Examination****December, 2020****MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA***Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours**Maximum Marks : 25**Weightage : 70%*

---

**Note :** *Question No. 5 is compulsory. Do any **three** questions from Question No. 1 to 4. Use of calculators is not allowed.*

---

---

1. (a) Suppose  $z$  is a complex number with imaginary part 159, and  $m$  a positive integer such that :

$$\frac{z}{z+m} = 3i,$$

find the value(s) of  $m$ .

2

**P. T. O.**

(b) A simple macroeconomic model is given by :

$$Y = C + I + G, \quad C = 20 + 0.7 Y_d, \quad I = 15 + 0.1 Y,$$

$$Y_d = Y - T, \quad T = 5 + 0.3 Y, \quad G = 20.$$

Eliminate  $G$ ,  $T$  and  $Y_d$  from these equations to reduce the system above to 3 equations in 3 unknowns. 3

2. (a) Find the equation whose roots exceed by  $\frac{5}{2}$  the corresponding roots of the equation : 2

$$x^3 - \frac{x}{5} - \frac{3}{5} = 0.$$

(b) Solve the equation given by : 2

$$\begin{vmatrix} 15-2x & 11 & 10 \\ 11-3x & 17 & 16 \\ 7-x & 14 & 13 \end{vmatrix} = 0$$

(c) Prove that if  $A$  and  $B$  are subsets of a universal set  $U$ , then  $A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c$ . 1

3. (a) Suppose  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  are positive real numbers. Prove that :  $2\frac{1}{2}$

$$(a+b+c+d) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) > 10.$$

(b) For any three sets A, B and C, check whether or not :  $2\frac{1}{2}$

(i)  $(A \times B) \cup C = (A \cup C) \times (B \cup C)$

(ii)  $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$

4. (a) Apply De Moivre's theorem to find all the 4th roots of  $(-16i)$ . Also plot them in an Argand diagram. 3

(b) Three people go to a stationer's shop. Asha spends ₹ 150, Abha spends ₹ 202 and Vipin spends ₹ 256 to buy pens, pencils and rulers. Asha buys 5 pens, 10 pencils and 1 ruler. Abha buys 6 pens, 11 pencils and 2 rulers. Vipin buys 7 pens, 13 pencils and 3 rulers.

Write down the situation above as a matrix equation. 2

5. Which of the following statements are true, and which are false ? Give a short proof or a counter-example (wherever appropriate) to justify your answer : 10

(i) For any two subsets A and B of a universal set X,  $A \cap B = \phi \Rightarrow A = \phi$  and  $B = \phi$ .

- (ii) If a polynomial with coefficients in  $\mathbf{R}$  has complex roots, then its degree must be even.
- (iii) The converse of the statement, 'If Amina goes to Delhi, then an isosceles triangle has three equal sides' is 'If an isosceles triangle does not have three equal sides, then Amina goes to Delhi'.
- (iv)  $\text{Arg} \left( \frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{\text{Arg} (z_1)}{\text{Arg} (z_2)}$ , where  $z_1, z_2 \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ ,  
 $\text{Arg} (z_2) \neq 0$ .
- (v) If a linear system of equations can be solved by Cramer's rule, then it cannot be solved by the Gaussian elimination method.

**MTE-04**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

भारिता : 70%

**नोट :** प्रश्न सं. 5 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 1 से 4 में से कोई **तीन** प्रश्न हल कीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (क) मान लीजिए  $z$  अधिकल्पित भाग 159 वाली एक सम्मिश्र संख्या है, और  $m$  एक ऐसा धन पूर्णांक है कि :

$$\frac{z}{z+m} = 3i,$$

$m$  का/के मान ज्ञात कीजिए। 2

- (ख) एक सरल समष्टि अर्थशास्त्र मॉडल को निम्न द्वारा दिया गया है :

$$Y = C + I + G, \quad C = 20 + 0.7 Y_d, \quad I = 15 + 0.1 Y,$$

$$Y_d = Y - T, \quad T = 5 + 0.3 Y, \quad G = 20$$

इन समीकरणों से  $G$ ,  $T$  और  $Y_d$  का निराकरण करके, उपर्युक्त निकाय को 3 अज्ञातों वाले 3 समीकरणों में समानीत कीजिए। 3

2. (क) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल

समीकरण  $x^3 - \frac{x}{5} - \frac{3}{5} = 0$  के संगत मूलों से

$\frac{5}{2}$  अधिक हों। 2

$$(ख) \begin{vmatrix} 15-2x & 11 & 10 \\ 11-3x & 17 & 16 \\ 7-x & 14 & 13 \end{vmatrix} = 0$$

द्वारा दिए गए समीकरण को हल कीजिए। 2

(ग) सिद्ध कीजिए कि यदि  $A$  और  $B$  समष्टीय

समुच्चय  $U$  के उपसमुच्चय हैं, तो

$$A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c \quad 1$$

3. (क) मान लीजिए  $a$ ,  $b$ ,  $c$  और  $d$  वास्तविक धन

संख्याएँ हैं। सिद्ध कीजिए कि :  $2\frac{1}{2}$

$$(a+b+c+d) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) > 10$$

(ख) किन्हीं तीन समुच्चयों A, B और C के लिए जाँच कीजिए कि :

$$2\frac{1}{2}$$

$$(i) (A \times B) \cup C = (A \cup C) \times (B \cup C)$$

$$(ii) (A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$$

हैं या नहीं।

4. (क)  $(-16i)$  के सभी चौथे मूल ज्ञात करने के लिए द मुआब्र प्रमेय का प्रयोग कीजिए। उनको एक आरगां आरेख में आलेखित भी कीजिए। 3

(ख) तीन व्यक्ति लेखन-सामग्री विक्रेता की दुकान पर जाते हैं। पेन, पेंसिल और स्केल खरीदने के लिए आशा ₹ 150 खर्च करती है, आभा ₹ 202 खर्च करती है और विपिन ₹ 256 खर्च करता है। आशा 5 पेन, 10 पेंसिल और 1 स्केल खरीदती है। आभा 6 पेन, 11 पेंसिल और 2 स्केल खरीदती है। विपिन 7 पेन, 13 पेंसिल और 3 स्केल खरीदता है।

उपर्युक्त स्थिति को एक आव्यूह समीकरण के रूप में लिखिए। 2

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर की पुष्टि करने के लिए, जहाँ भी

उपयुक्त हो, एक लघु उपपत्ति या एक प्रति-उदाहरण दीजिए। 10

(i) समष्टीय समुच्चय  $X$  के किन्हीं भी दो उपसमुच्चयों  $A$  और  $B$  के लिए  $A \cap B = \phi \Rightarrow A = \phi$  और  $B = \phi$ ।

(ii) यदि  $R$  में गुणांक वाले किसी बहुपद के सम्मिश्र मूल हैं, तो इसकी घात सम होगी।

(iii) कथन 'यदि अमीना दिल्ली जाती है, तो एक समद्विबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएँ बराबर होती हैं।' का विलोम 'यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएँ बराबर नहीं हैं, तो अमीना दिल्ली जाती है।' है।

(iv)  $\text{Arg} \left( \frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{\text{Arg} (z_1)}{\text{Arg} (z_2)}$ , जहाँ  $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $\text{Arg} (z_2) \neq 0$  है।

(v) यदि एक रैखिक समीकरण निकाय को क्रमेण नियम से हल किया जा सकता है, तो यह गाउसीय निराकरण विधि से हल नहीं किया जा सकता।

**MTE-05****BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME****(B. D. P.)****Term-End Examination****December, 2020****MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY***Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours**Maximum Marks : 25**Weightage : 70%*

---

**Note :** *Question No. 1 is compulsory. Answer any **three** questions from Question No. 2 to 5.*

*Use of calculators is not allowed.*

---

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answers : 10

(i) The polar equation  $r^2(9 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta) = 36$  represents an ellipse.

(ii) The line  $\frac{x}{2} = y = z$  lies in the plane

$$\frac{x}{2} + y + z = 0.$$

- (iii)  $2x^2 - y^2 - z^2 = xy$ , has only one set of mutually perpendicular generators.
- (iv) Every section of a hyperboloid is a hyperbola.
- (v) Every cylinder has a circle as a base.
2. (a) Derive the condition under which the plane  $ux + vy + wz = p$  is a tangent to the conicoid  $ax^2 + by^2 = 2z$ . 3
- (b) Check whether the lines  $x = 4$ ,  $z = 3$  and  $\frac{x-1}{2} = y = \frac{-z-1}{3}$  are perpendicular or not.
- Further, give the equation of a line parallel to  $x = y$ ,  $z = 3$ . 2
3. (a) Do the equations  $(x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 4, y = 0)$  and  $x^2 + z^2 = 4$  represent the same geometrical object in three-dimensional space? Justify your answer. 2
- (b) Give an example for each of the following, with justification : 3
- (i) The equation of a curve which is symmetric with respect to the origin.

(ii) The equation of an ellipse passing through the origin, and the equation of the normal to it at the origin.

4. (a) Find the equation of the plane passing through the points (1, 2, 1), (0, 0, 1) and (1, -1, 3). 2

(b) Consider the conic represented by  $4(x^2 + 2y^2) = 9$ . Now shift the origin to (1, -1) and then rotate the axes through  $\frac{\pi}{3}$ .

What is the resultant equation? What geometrical object does it represent? 3

5. (a) Find the eccentricity of the conic with a focus at (1, 2), a directrix as  $x - y = 1$  and which passes through (3, 0). 2

(b) Check whether or not the following equation represents a central conicoid :

$$x^2 - y^2 - z^2 + xy + 4yz + x = 0$$

If it is central, find its centre. Otherwise give the equation of a central conicoid, with justification. 3

**MET-05**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

भारिता : 70%

**नोट :** प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 5 में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरो के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : 10

(i) ध्रुवीय समीकरण  $r^2(9 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta) = 36$  एक दीर्घवृत्त को निरूपित करता है।

(ii) रेखा  $\frac{x}{2} = y = z$  समतल  $\frac{x}{2} + y + z = 0$  में स्थित है।

(iii)  $2x^2 - y^2 - z^2 = xy$  के परस्पर लंब जनकों का केवल एक ही समुच्चय है।

- (iv) किसी अतिपरवलयज का प्रत्येक परिच्छेद एक अतिपरवलय होता है।
- (v) प्रत्येक बेलन का आधार एक वृत्त होता है।
2. (क) वह प्रतिबंध प्राप्त कीजिए जिसके अधीन समतल  $ux + vy + wz = p$  शांकवज  $ax^2 + by^2 = 2z$  पर स्पर्शतल है। 3
- (ख) जाँच कीजिए कि रेखाएँ  $x = 4, z = 3$  और  $\frac{x-1}{2} = y = \frac{-z-1}{3}$  लंब हैं या नहीं। आगे, एक रेखा का समीकरण दीजिए जो  $x = y, z = 3$  के समांतर हो। 2
3. (क) क्या समीकरण  $(x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 4, y = 0)$  और  $x^2 + z^2 = 4$  त्रिविमीय समष्टि में एक ही ज्यामितीय आकृति को निरूपित करते हैं ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 2
- (ख) निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए, पुष्टि सहित एक उदाहरण दीजिए : 3
- (i) एक वक्र का समीकरण जो मूलबिन्दु के सापेक्ष सममित हो।
- (ii) मूलबिन्दु से गुजरने वाले एक दीर्घवृत्त का समीकरण और मूलबिन्दु पर इसके अभिलंब का समीकरण।

4. (क) बिन्दुओं  $(1, 2, 1)$ ,  $(0, 0, 1)$  और  $(1, -1, 3)$  से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 2
- (ख)  $4(x^2 + 2y^2) = 9$  से निरूपित शांकव पर विचार कीजिए। अब मूलबिन्दु को  $(1, -1)$  पर स्थानांतरित कीजिए और उसके बाद अक्षों को  $\frac{\pi}{3}$  के कोण से घुमाइए। इससे क्या समीकरण प्राप्त होता है ? यह किस ज्यामितीय आकृति को निरूपित करता है ? 3
5. (क) उस शांकव की उत्केंद्रता ज्ञात कीजिए जिसकी एक नाभि  $(1, 2)$  पर है, एक नियता  $x - y = 1$  है और जो  $(3, 0)$  से गुजरता है। 2
- (ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समीकरण एक केन्द्रीय शांकवज को निरूपित करता है या नहीं :
- $$x^2 - y^2 - z^2 + xy + 4yz + x = 0$$
- यदि यह केन्द्रीय है, तो इसका केन्द्र ज्ञात कीजिए। अन्यथा, एक केन्द्रीय शांकवज का, पुष्टि सहित, समीकरण दीजिए। 3