

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2020**

**MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

**Note :** (i) *Question No. 7 is compulsory.*

(ii) *Attempt any **four** questions from Q. No. 1 to 6.*

(iii) *Use of calculator is not allowed.*

---

---

1. (a) The sum of two positive numbers is 40. Find the maximum value of their product.      3
- (b) If  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is defined by  $f(x) = 2x + 1$ , then show that  $f$  is invertible.      3
- (c) Consider the urn  $A_1$  : 1 white, 2 red, 3 black;  $A_2$  : 2 white, 3 red, 1 black and

$A_3$  : 3 white, 1 red, 2 black balls. An urn is chosen at random and two balls are drawn (one red and one white). Find the probability that the urn  $A_2$  was chosen to draw the balls. 4

2. (a) Calculate the median for the following data : 4

Class Interval	$f$
5—10	5
10—15	6
15—20	15
20—25	10
25—30	5
30—35	4
35—40	2
40—45	2

- (b) For the continuous distribution :

$$f(x) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$= 0, \quad \text{elsewhere}$$

obtain the mean and variance of  $x$ . 3

(c) How many 3-digit numbers can be formed if the digits can be repeated ? 3

3. (a) Solve : 5

$$(2x - y) dx + y dy = 0$$

(b) Determine the ratio in which the line  $3x + y = 9$  divides the line joining the points (1, 3) and (2, 7). 5

4. (a) Evaluate : 3

$$\int \sin^4 x \cos^3 x dx$$

(b) For a binomial distribution with  $n = 5$ , the variance is 0.8. Find the probability of success. 3

(c) A random sample of 200 tins of coconut oil had an overage weight of 4.95 kg with a standard deviation 0.21. Do we accept the hypothesis of net weight of 5 kg/tin at 5% level of significance ? Justify your answer for the tabulated value of 5% as 1.96. 4

5. (a) Out of 160 chickens hatched of after cross-breeding 102 were found to be red, 24 black and 34 white. According to past experience, the probability of red, black and white are  $\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}$ , respectively. Test at 5% level of significance whether the data are consistent with the claim ? You may use the following values :

6

$$\chi_{2,0.05}^2 = 5.99$$

$$\chi_{3,0.05}^2 = 7.82$$

$$\chi_{4,0.05}^2 = 9.49$$

- (b) If  $z = x^2y + xy^2$   $x = at^2$  and  $y = 2at$ ,

find  $\frac{dz}{dt}$ . 4

6. (a) Find the maximum and minimum values of  $f(x) = x^3 - 18x^2 + 96x$  in the interval  $[0,9]$ .

5

- (b) For 10 observations, the following information is given :

$$\Sigma X = 34, \Sigma Y = 95, \quad \Sigma X^2 = 154 \quad \text{and} \\ \Sigma XY = 377.$$

Fit a linear regression of Y on X. Estimate Y when  $x = 10$ . 5

7. Which of the following statements are True and which are False ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

$$(2 \times 5 = 10)$$

- (i) Type I error is to reject the null hypothesis, when it is false.
- (ii)  $-1 \leq r < 1$ , where  $r$  is the coefficient of correlation between  $x$  and  $y$ .
- (iii) The sum of the series  $(-3, -1, 1, 3, \dots, 20 \text{ terms})$  is 320.
- (iv) The length of the perpendicular from the point  $(2, -3)$  on the line  $6x + 8y - 2 = 0$  is  $\frac{7}{10}$ .
- (v)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{2x - 1} = \frac{2}{5}$ .

**MTE-03**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी.डी.पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

**नोट :** (i) प्रश्न संख्या 7 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न संख्या 1 से 6 तक कोई **चार** प्रश्न कीजिए।

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) दो धनात्मक संख्याओं का योगफल 40 है। उनके गुणनफल का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 3

(ख) यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$  द्वारा परिभाषित है, तो दर्शाइए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है। 3

(ग) थैले  $A_1$  में 1 सफेद, 2 लाल, 3 काली;  $A_2$  में 2 सफेद, 3 लाल, 1 काली और  $A_3$  में 3 सफेद,

1 लाल, 2 काली गेंदें हैं। एक थैला यादृच्छिक चुना जाता है और दो गेंदें (एक लाल और एक सफेद) निकाली जाती हैं। वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि गेंदें निकालने के लिए थैला  $A_2$  चुना गया था। 4

2. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्यिका ज्ञात कीजिए : 4

वर्ग अन्तराल	$f$
5—10	5
10—15	6
15—20	15
20—25	10
25—30	5
30—35	4
35—40	2
40—45	2

(ख) एक संतत बंटन :

$$f(x) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$= 0, \quad \text{अन्यथा}$$

के लिए  $x$  का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए। 3

(ग) यदि अंकों को दोहराया जा सकता है, तो 3 अंकों

की कितनी संख्याएँ बन सकती हैं ? 3

3. (क) हल कीजिए : 5

$$(2x - y) dx + y dy = 0$$

(ख) वह अनुपात ज्ञात कीजिए, जिसमें रेखा

$3x + y = 9$  बिन्दुओं (1, 3) और (2, 7) को

मिलाने वाली रेखा को विभाजित करती है। 5

4. (क) परिकलित कीजिए : 3

$$\int \sin^4 x \cos^3 x dx$$

(ख)  $n = 5$  वाले द्विपद बंटन का प्रसरण 0.8 है।

सफलता की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

(ग) नारियल तेल के 200 डिब्बों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श का औसत वजन 4.95 किग्रा. और मानक विचलन 0.21 किग्रा. है। क्या हम प्रत्येक डिब्बे के 5 किग्रा. वजन होने की परिकल्पना को 5% सार्थकता स्तर पर स्वीकार करते हैं ? 5% का सारणीबद्ध मान 1.96 मानकर अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए। 4

5. (क) विरोधी प्रजनन के बाद 160 अंडों से निकले चूजों में से 102 लाल, 24 काले और 34 सफेद पाये गये। पिछले अनुभव के अनुसार लाल, काले और सफेद होने की प्रायिकता क्रमशः  $\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}$  है। 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि आँकड़े दावे के साथ संगत हैं या नहीं ? आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं : 6

$$\chi_{2,0.05}^2 = 5.99$$

$$\chi_{3,0.05}^2 = 7.82$$

$$\chi_{4,0.05}^2 = 9.49$$

(ख) यदि  $z = x^2y + xy^2$ ,  $x = at^2$  और  $y = 2at$  है,

तो  $\frac{dz}{dt}$  को ज्ञात कीजिए। 4

6. (क) अंतराल  $[0, 9]$  में  $f(x) = x^3 - 18x^2 + 96x$  के अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। 5

(ख) 10 प्रेक्षणों के लिए निम्नलिखित सूचना दी गई है :

$$\Sigma X = 34, \Sigma Y = 95, \quad \Sigma X^2 = 154 \quad \text{और}$$

$$\Sigma XY = 377।$$

X पर Y की समाश्रयण रेखा प्राप्त कीजिए।

$x = 10$  पर Y आकलित कीजिए। 5

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए :  $2 \times 5 = 10$

(i) प्रकार I त्रुटि, निराकरणीय परिकल्पना जबकि यह असत्य है, को अस्वीकार करना है।

(ii)  $-1 \leq r < 1$ , जहाँ  $r, x$  और  $y$  के बीच सहसंबंध गुणांक है।

(iii) श्रेणी  $(-3, -1, 1, 3, \dots$  20 पदों तक) का योगफल 320 है।

(iv) बिन्दु  $(2, -3)$  से रेखा  $6x + 8y - 2 = 0$  पर डाले गए अभिलंब की लम्बाई  $\frac{7}{10}$  है।

(v)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{2x - 1} = \frac{2}{5}$ ।