

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**

**Term-End Examination**

**February, 2021**

**(APPLICATION ORIENTED COURSE)**

**AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH**

*Time : 2 hours*

*Maximum Marks : 50*

*(Weightage : 70%)*

---

**Note :** *Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators are **not** allowed.*

---

---

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer.  $5 \times 2 = 10$
- (a) In an LP model, replacing  $\leq$  or  $\geq$  by  $=$  in the constraints can improve the value of the objective function.
- (b) In an assignment problem, the optimal solution is always along the main diagonal.
- (c) In queuing theory, the steady state solution exists if  $0 < \lambda < \mu$ .

- (d) In an inventory model with finite replenishment rate, if the replenishment rate is equal to consumption rate, the holding cost is zero.
- (e) Dynamic programming problem cannot be solved using recursive equation approach.

2. (a) A company produces two types of diet products, A and B. Because of the need to ensure that certain important nutrients  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  are present in the meal, it is necessary to buy the products A and/or B. The amount of each nutrient available per unit of either product is given below, along with the minimum requirement of each nutrient :

Nutrient	Product		Min. amount of nutrient required
	A	B	
$\alpha$	36	6	108
$\beta$	3	12	36
$\gamma$	20	10	100
Product cost (per unit)	20	40	

Formulate the problem of deciding the amount of the products that should be purchased in order to meet the minimum requirements of nutrient at lower cost, as an LP problem.

- (b) A petrol station sells 4000 litres of petrol every month. The parent company, wherever it refills the station's tank, charges the station ₹ 50 besides the cost of petrol. The annual cost of holding a litre of petrol is ₹ 0.30. Find out the Economic Order Quantity.

5

3. (a) An automobile dealer wishes to put four repairmen to four different jobs. The repairmen have somewhat different kinds of skills and they exhibit different levels of efficiency from one job to another. The dealer has estimated the number of man-hours that would be required for each job-man combination. This is given in the matrix form in the adjacent table :

		Job			
		A	B	C	D
Man	1	5	3	2	8
	2	7	9	2	6
	3	6	4	5	7
	4	5	7	7	8

Find the optimal assignment that will result in minimum time needed. Also find the minimum time.

4

- (b) The data for an  $5/3/F/F_{\max}$  problem is given below :

↓ Job	Processing Time		
	$M_1$	$M_2$	$M_3$
1	10	1	7
2	7	2	8
3	8	4	12
4	9	3	10
5	7	5	9

Find the optimal sequence of the jobs, minimum idle time of  $M_3$  and minimum total elapsed time.

6

4. (a) A transportation network system has the following data-set :

Factory	Capacity (units)	Warehouse	Demand (units)
A	45	I	25
B	15	II	55
C	40	III	20

The transportation costs per unit (in ₹) allocated with each route are

	I	II	III
A	10	7	8
B	15	12	9
C	7	8	12

Find an initial basic feasible solution by Vogel's approximation method and hence find optimal solution and the optimal transportation cost.

6

- (b) The following is one of the tables obtained while solving an LPP using simplex method :

$C_B$	$C_j$ 's	3	5	0	0	0	Solution f
	$X_B$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	
3	$X_1$	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	2
0	$S_2$	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	0
5	$X_2$	0	1	0	0	1	6

Determine whether the solution in the above table is optimal. If objective function coefficient of  $X_1$  changes from 3 to 6, find the new optimal solution and the optimal value of the resulting LPP.

4

5. (a) Write dual D of the LP problem P given by

$$\text{Minimize } 2x_1 + 3x_2,$$

subject to

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_1 - x_2 \geq 0,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Further, without solving P and D check if

$$\left( x_1^* = \frac{10}{3}, x_2^* = \frac{10}{3} \right) \text{ and}$$

$$\left( y_1^* = 0, y_2^* = \frac{5}{3}, y_3^* = \frac{1}{3} \right) \text{ are optimal}$$

solutions for P and D, respectively.

5

- (b) Find the optimum order quantity for a product for which the price breaks are as follows :

Quantity	Unit Cost (₹)
$0 \leq Q_1 < 800$	₹ 1.00
$800 \leq Q_2$	₹ 0.98

The yearly demand for the product is 1600 units per year, cost of placing an order is ₹ 5, the cost of storage is 10% per year.

5

6. (a) A bank has two teller machines working on savings accounts. The first teller handles withdrawals only. The second teller handles deposits only. It has been found that the service time distributions for both deposits and withdrawals are exponential with the mean service time 3 minutes per customer. Depositors are found to arrive in a Poisson fashion throughout the day with mean arrival rate 16 per hour. Withdrawers also arrive in a Poisson fashion with mean arrival rate 14 per hour. What would be the effect on the average waiting time for depositors and withdrawers if each teller could handle both withdrawals and deposits ?

5

- (b) A project consists of eight activities with the following relevant information :

Activity	Immediate Predecessor	Estimated duration (days)		
		Optimistic	Most likely	Pessimistic
A	–	1	1	7
B	–	1	4	7
C	–	2	2	8
D	A	1	1	1
E	B	2	5	14
F	C	2	5	8
G	D, E	3	6	15
H	F, G	1	2	3

Draw the PERT network and find out the expected project completion time.

5

7. (a) A fertiliser company distributes its products by trucks loaded at its only loading station. Both, company trucks and contractors' trucks are used for this purpose. It was found out that on an average every 5 minutes one truck arrived and the average loading time was 3 minutes. 40% of the trucks belong to the contractors. Making suitable assumptions, determine :

5

- (i) the probability that a truck has to wait.
- (ii) the waiting time of a truck that waits.
- (iii) the expected waiting time of contractors' trucks per day.

- (b) A bakery keeps stock of a popular brand of bread. Previous experience indicates the following daily demand :

Daily Demand	Probability
0	0·01
10	0·20
20	0·15
30	0·50
40	0·12
50	0·02

Consider the following sequence of random numbers :

48, 78, 19, 51, 56, 77, 15, 14, 68, 9

Using the above sequence, simulate the demand for the next 10 days. Find out the stock situation if the owner of the bakery decides to make 30 breads every day.

5

---

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

फरवरी, 2021

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

---

**नोट:** प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए।

5×2=10

(क) एक LP निदर्श की व्यवरोधों में  $\leq$  या  $\geq$  के स्थान पर = लिखकर उद्देश्य फलन के मान में सुधार किया जा सकता है।

(ख) किसी भी नियतन समस्या में, इष्टतम हल सदैव मुख्य विकर्ण के अनुदिश होते हैं।

(ग) पंक्ति सिद्धान्त में, अपरिवर्ती अवस्था हल का अस्तित्व होता है, यदि  $0 < \lambda < \mu$  हो।

(घ) परिमित पुनःपूर्ति दर वाले मालसूची निदर्श में, यदि पुनःपूर्ति दर उपभोग दर के बराबर होती है, तो धारण लागत शून्य होगी ।

(ङ) गतिकी प्रोग्रामन समस्या, पुनरावर्तन समीकरण विधि द्वारा हल नहीं की जा सकती है ।

2. (क) एक कम्पनी दो प्रकार के खाद्य उत्पाद A और B बनाती है । भोजन में कुछ महत्वपूर्ण पोषक-तत्त्वों  $\alpha$ ,  $\beta$  और  $\gamma$  की उपस्थिति सुनिश्चित करने के लिए A और/या B उत्पादों को खरीदना आवश्यक है । प्रत्येक उत्पाद की प्रति इकाई में उपलब्ध पोषक-तत्त्वों की मात्रा नीचे दी गई है । उसके साथ ही प्रत्येक पोषक-तत्त्व की न्यूनतम आवश्यकता भी साथ ही दी गई है :

पोषक-तत्त्व	उत्पाद		आवश्यक पोषक-तत्त्वों की न्यूनतम मात्रा
	A	B	
$\alpha$	36	6	108
$\beta$	3	12	36
$\gamma$	20	10	100
उत्पाद लागत (प्रति इकाई)	20	40	

प्रत्येक पोषक-तत्त्व की न्यूनतम आवश्यकता को निम्नतम लागत पर पूरा करने के लिए कितने उत्पाद खरीदे जाने चाहिए, यह निर्धारित करने के लिए LP समस्या सूत्रित कीजिए ।

(ख) एक पेट्रोल स्टेशन प्रति माह 4000 लीटर पेट्रोल बेचता है । मुख्य कम्पनी हर बार स्टेशन की टंकी को भराए जाने पर पेट्रोल की लागत के अलावा ₹ 50 अतिरिक्त लेती है । एक लीटर पेट्रोल धारण करने की वार्षिक लागत ₹ 0.30 है । आर्थिक ऑर्डर मात्रा (EOQ) ज्ञात कीजिए ।

5

3. (क) वाहनों का एक डीलर चार विभिन्न कार्यों के लिए चार मरम्मत करने वाले व्यक्ति नियुक्त करना चाहता है । मरम्मत करने वाले व्यक्तियों की कुछ भिन्न-भिन्न प्रकार की प्रवीणताएँ हैं तथा वे एक कार्य से अन्य कार्य के लिए विभिन्न स्तरों पर दक्षता प्रदर्शित करते हैं । डीलर ने इस बात का आकलन कर दिया है कि प्रत्येक कार्य-व्यक्ति संयोजन में कितने व्यक्ति घंटों की आवश्यकता है । इसे नीचे सारणी में एक आव्यूह के रूप में दिया गया है :

		जॉब			
		A	B	C	D
व्यक्ति	1	5	3	2	8
	2	7	9	2	6
	3	6	4	5	7
	4	5	7	7	8

वह इष्टतम नियतन ज्ञात कीजिए जिससे न्यूनतम समय की आवश्यकता हो । वह न्यूनतम समय भी ज्ञात कीजिए ।

4

(ख) एक  $5/3/F/F_{\max}$  समस्या के लिए आँकड़े नीचे दिए गए हैं :

प्रक्रम समय			
↓ कार्य	$M_1$	$M_2$	$M_3$
1	10	1	7
2	7	2	8
3	8	4	12
4	9	3	10
5	7	5	9

इन कार्यों का इष्टतम अनुक्रम,  $M_3$  का न्यूनतम खाली समय तथा कुल व्यतीत हुआ न्यूनतम समय ज्ञात कीजिए ।

6

4. (क) एक परिवहन नेटवर्क प्रणाली का निम्नलिखित आँकड़ा-समुच्चय है :

फैक्टरी	क्षमता (इकाइयाँ)	गोदाम	माँग (इकाइयाँ)
A	45	I	25
B	15	II	55
C	40	III	20

प्रत्येक मार्ग के साथ निर्दिष्ट प्रति इकाई परिवहन लागतें (₹ में) निम्नलिखित हैं :

	I	II	III
A	10	7	8
B	15	12	9
C	7	8	12

वोगल सन्निकटन विधि द्वारा एक प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए और फिर इष्टतम हल और इष्टतम परिवहन लागत ज्ञात कीजिए ।

6

(ख) एकधा विधि के प्रयोग से एक LPP हल करते समय, प्राप्त होने वाली एक सारणी निम्नलिखित है :

$C_B$	$C_j$ 's	3	5	0	0	0	हल
	$X_B$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	f
3	$X_1$	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	2
0	$S_2$	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	0
5	$X_2$	0	1	0	0	1	6

निर्धारित कीजिए कि उपर्युक्त सारणी का हल इष्टतम है या नहीं। यदि  $X_1$  के उद्देश्य फलन गुणांक को 3 से 6 में बदल दिया जाए, तो परिणामी LPP का नया इष्टतम हल और इष्टतम मान ज्ञात कीजिए।

4

5. (क) LP समस्या P निम्नलिखित है :

$$2x_1 + 3x_2 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_1 - x_2 \geq 0,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

इसका द्वैत D लिखिए।

आगे, P और D को हल किए बिना, जाँच कीजिए कि

$$\text{क्या } \left( x_1^* = \frac{10}{3}, x_2^* = \frac{10}{3} \right) \text{ और}$$

$$\left( y_1^* = 0, y_2^* = \frac{5}{3}, y_3^* = \frac{1}{3} \right) \text{ क्रमशः P और D के}$$

इष्टतम हल हैं।

5

(ख) एक उत्पाद के लिए इष्टतम ऑर्डर मात्रा ज्ञात कीजिए जिसमें उत्पाद की मात्रा छूट निम्नलिखित हैं :

मात्रा	इकाई लागत (₹)
$0 \leq Q_1 < 800$	₹ 1.00
$800 \leq Q_2$	₹ 0.98

उत्पाद की वार्षिक माँग 1600 इकाई प्रति वर्ष, ऑर्डर लागत ₹ 5 और संग्रहण लागत 10% प्रति वर्ष है ।

5

6. (क) एक बैंक के पास बचत खातों पर कार्य करने के लिए दो टैलर मशीनें हैं । पहली टैलर मशीन केवल वापसी और दूसरी टैलर मशीन केवल जमा का कार्य देखती है । यह पाया जाता है कि जमा और वापसी दोनों की सेवा दर का बंटन चरघातांकीय है और माध्य सेवा दर 3 मिनट प्रति ग्राहक है । जमाकर्ता प्वासों बंटन में माध्य आगमन दर 16 प्रति घंटे की दर से दिन-भर आते हैं । वापसीकर्ता भी प्वासों बंटन में माध्य आगमन दर 14 प्रति घंटे की दर से आते हैं । जमाकर्ता और वापसीकर्ता के औसतन प्रतीक्षा काल पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि दोनों टैलर मशीनें जमा और वापसी दोनों कार्य करने लगे ?

5

(ख) एक परियोजना की आठ गतिविधियों से संबंधित सूचना नीचे दी गई है :

गतिविधि	तात्कालिक पूर्वग	आकलित अवधि (दिनों में)		
		आशावादी	अति संभावित	निराशावादी
A	—	1	1	7
B	—	1	4	7
C	—	2	2	8
D	A	1	1	1
E	B	2	5	14
F	C	2	5	8
G	D, E	3	6	15
H	F, G	1	2	3

PERT नेटवर्क आरेखित कीजिए और प्रत्याशित परियोजना पूर्ण करने का समय ज्ञात कीजिए ।

5

7. (क) एक खाद कंपनी अपने उत्पादों की लदाई अपने एकमात्र लोडिंग स्टेशन पर करके फिर ट्रकों द्वारा वितरित करती है । इस काम के लिए कम्पनी अपने ट्रक और ठेकेदारों के ट्रक दोनों का उपयोग करती है । यह पाया गया है कि एक ट्रक औसतन प्रति 5 मिनट में पहुँचता है व 3 मिनट का औसतन समय लदाई के लिए लेता है । ट्रकों में से 40% ट्रक ठेकेदारों के प्रयुक्त किए जाते हैं । उपयुक्त मान्यताओं के लिए निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

5

- प्रायिकता जबकि ट्रक को प्रतीक्षा करनी पड़ती है ।
- प्रतीक्षा करते ट्रक को प्रतीक्षा करने में लगा समय ।
- ठेकेदारों के ट्रकों को प्रतिदिन प्रतीक्षा करने में लगने वाला प्रत्याशित समय ।

(ख) एक बेकरी अपने यहाँ ब्रैड के लोकप्रिय ब्रांड का स्टॉक रखती है । पिछला अनुभव निम्नलिखित दैनिक माँग सूचित करता है :

दैनिक माँग	प्रायिकता
0	0.01
10	0.20
20	0.15
30	0.50
40	0.12
50	0.02

यादृच्छिक संख्याओं के निम्नलिखित अनुक्रम पर विचार कीजिए :

48, 78, 19, 51, 56, 77, 15, 14, 68, 9

उपर्युक्त अनुक्रम का प्रयोग करके अगले 10 दिनों की माँग का अनुकरण कीजिए । यदि इस बेकरी का मालिक प्रत्येक दिन 30 ब्रैड बनाने का निर्णय लेता है, तो स्टॉक की स्थिति ज्ञात कीजिए ।

5