

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

01935

Term-End Examination

December, 2019

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS**

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

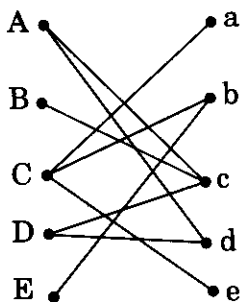
Note : *Question no. 1 is compulsory. Attempt any four questions from questions no. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.*

1. Which of the following statements are *true* and which are *false* ? Justify your answers. 10
- (a) "Every real number is the square of another real number" is a proposition.
- (b) The number of positive integral solutions of the linear equation $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$ is $C(9, 4)$.
- (c) $a_n - a_{n-1} - 2\sqrt{a_{n-2}} = 0$ is a linear recurrence relation.
- (d) A vacuously true statement is a trivially true statement.
- (e) The edge chromatic number of the graph K_8 is 4.

2. (a) Check, using generating functions, whether the sum of the squares of the first n natural numbers, is $C(n+1, 2) + 2C(n+1, 3)$ or not. 4
- (b) Using Stirling numbers, find B_5 . 3
- (c) Obtain the conjunctive normal form for the Boolean expression

$$[(x_1 \wedge x'_3) \vee (x'_1 \wedge x'_2)]'. \quad 3$$

3. (a) Using the Principle of Mathematical Induction, prove that $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$ is a positive integer, for all $n \in \mathbf{N}$. 4
- (b) Find a complete matching or explain why none exists for the following graph: 3



- (c) Find the number of permutations of the eight integers $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ in which *only* the even integers remain in their natural positions. 3
4. (a) Prove that every tree is bipartite. Is the converse true? Justify your answer. 3

(b) Find the ratio of the probability of getting a total of 6 when two dice are thrown, to the probability of getting a total of 6 when three dice are thrown. 4

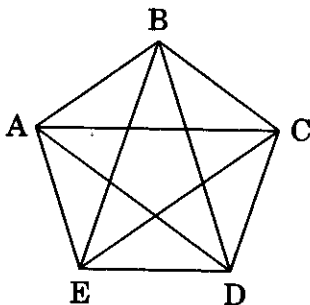
(c) A person deposits ₹ 10,000 in a savings account at a bank yielding 7% per year, with interest compounded annually. Formulate a recurrence relation to represent this situation, giving initial conditions also. 3

5. (a) Using the Sieve Principle, find the sum of those numbers from 25 to 50 which are not divisible by 2 or 5. 4

(b) Check whether the following argument is valid or not : 4

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

(c) Check whether the following graph is Eulerian or not. If it is, produce an Eulerian circuit in it. If it is not, then add an edge to make it Eulerian. 2



6. (a) Solve the recurrence relation : 4

$$a_n - 3 a_{n-1} - 18 a_{n-2} = 3 \times 6^n$$

(b) Prove that for every planar graph G , the minimum degree of G is always less than or equal to five. 3

(c) Find the coefficient of x^{29} in the expansion of $(1 + x^5 + x^7 + x^9)^{50}$. 3

7. (a) By forming a truth table, check whether $(p \wedge \sim q) \vee r \equiv p \wedge (\sim q \vee r)$ or not. 3

(b) Use generating functions to find the number of integer solutions to the linear equation $x_1 + x_2 + x_3 = n$, where $1 \leq x_1 \leq 4$, $-1 \leq x_2 \leq 2$ and $x_3 \geq 2$. 7

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2019

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे

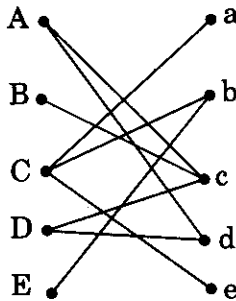
अधिकतम अंक : 50
(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10
- (क) “प्रत्येक वास्तविक संख्या दूसरी वास्तविक संख्या का वर्ग है” यह एक साध्य (तर्क-वाक्य) है।
- (ख) रैखिक समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$ के धनात्मक पूर्णाकीय हलों की संख्या $C(9, 4)$ है।
- (ग) $a_n - a_{n-1} - 2\sqrt{a_{n-2}} = 0$ एक रैखिक पुनरावृत्ति संबंध है।
- (घ) एक शून्यतः सत्य कथन तुच्छतः सत्य कथन होता है।
- (ङ) ग्राफ K_8 की कोर-वर्णिक संख्या 4 है।

2. (क) जनक फलनों द्वारा जाँच कीजिए कि प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योगफल $C(n+1, 2) + 2C(n+1, 3)$ है या नहीं। 4
- (ख) स्टर्लिंग संख्याओं से B_5 ज्ञात कीजिए। 3
- (ग) बूलियन व्यंजक $[(x_1 \wedge x_3') \vee (x_1' \wedge x_2')]'$ का सर्वनिष्ठ प्रसामान्य समघात प्राप्त कीजिए। 3

3. (क) गणितीय आगमन नियम द्वारा सिद्ध कीजिए कि $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$, सभी $n \in \mathbf{N}$ के लिए धनात्मक पूर्णांक है। 4
- (ख) निम्नलिखित ग्राफ के लिए पूर्ण सुमेलन ज्ञात कीजिए या कारण बताइए कि क्यों कोई पूर्ण सुमेलन नहीं है : 3



- (ग) आठ पूर्णाकों $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ की ऐसी क्रमचयों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनमें केवल सम पूर्णांक अपनी स्वाभाविक स्थितियों में बने रहते हैं। 3
4. (क) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक वृक्ष द्विभाजित है। क्या इसका विलोम सत्य है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 3

(ख) दो पाँसों को फेंकने पर छह प्राप्त होने की प्रायिकता और तीन पाँसों को फेंकने पर छह आने की प्रायिकता, इन दोनों प्रायिकताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए । 4

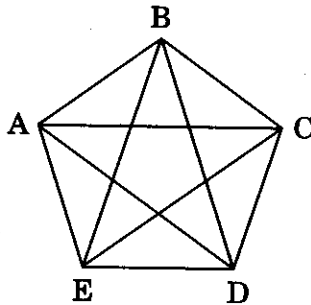
(ग) एक व्यक्ति बैंक के बचत खाते में ₹ 10,000 जमा कराता है जिस पर उसे 7% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज मिलता है । प्रारंभिक प्रतिबंध देते हुए, इस स्थिति को निरूपित करने के लिए पुनरावृत्ति संबंध सूत्रित कीजिए । 3

5. (क) चालनी नियम द्वारा 25 से 50 तक की उन संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए जो 2 या 5 से भाज्य नहीं होतीं । 4

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित तर्क मान्य है या नहीं : 4

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

(ग) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित ग्राफ ऑयलरी है या नहीं । यदि है, तो इसमें ऑयलरी परिपथ दिखाइए । यदि नहीं है, तो इसे ऑयलरी बनाने वाले एक कोर को जोड़िए । 2



6. (क) पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए : 4

$$a_n - 3 a_{n-1} - 18 a_{n-2} = 3 \times 6^n$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक समतलीय ग्राफ G में, G की न्यूनतम कोटि हमेशा पाँच से कम या पाँच के बराबर होती है । 3

(ग) $(1 + x^5 + x^7 + x^9)^{50}$ के प्रसार में x^{29} का गुणांक ज्ञात कीजिए । 3

7. (क) सत्य सारणी बनाकर, जाँच कीजिए कि

$$(p \wedge \sim q) \vee r \equiv p \wedge (\sim q \vee r)$$

है या नहीं । 3

(ख) जनक फलनों से रैखिक समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 = n$, के पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए, जहाँ $1 \leq x_1 \leq 4$, $-1 \leq x_2 \leq 2$ और $x_3 \geq 2$. 7