

6905

No. of Printed Pages : 14

MTE-04_MTE-05

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination, 2019

MATHEMATICS

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 25

[Weightage : 70%

Instructions :

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

&

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

1. Students registered for both MTE-04 & MTE -05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
2. Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.



Note : Question no. 4 is **compulsory**. Answer **any three** from the rest of the questions. Use of calculators in **not** allowed.

1. (a) Let A and B be subsets of a set X. Prove that : [2½]

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

- (b) Prove that $2^n > 1 + n\sqrt{2^{n-1}} \quad \forall n > 2$, using the AM-GM inequality. [2½]

2. (a) Can the following system of equations be solved by Cramer's rule. If yes, then solve it by the rule. Otherwise apply the Gaussian elimination method to solve it : [3]

$$3x + y - 5z = 28$$

$$x + 2y - z = 14$$

$$5y = 25$$

- (b) Find all the 7th roots of $(i+5)$. [2]

3. (a) Find the polynomial equation over \mathbb{R} of lowest degree which is satisfied by $(1-i)$ and $(3+2i)$ [2]

- (b) A company with three retail stores has 10 TVs, 15 stereos and 12 recorders in the first store; 20

TVs, 14 stereos and 5 recorders in the second store; and 25 TVs, 15 stereos and 7 recorders in the third store. Show this inventory in matrix form.

[2]

- (c) Give an example of a real-life situation of an empty set, with justification. [1]

4. Which of the following statements are true and which are false? Give a short proof or counter example to justify your answer : [10]

- (i) For any two sets A and B, if $A \subseteq B$, then $A \cup B = B$.
- (ii) Every polynomial in $\mathbb{R}[x]$ has all its roots in \mathbb{R} .
- (iii) The converse of the statement 'Every real number is a complex number' is 'Every real number is NOT a complex number'.
- (iv) $\text{Arg} \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{4}$.
- (v) If $a \in \mathbb{R}$, $\det([a]) \geq 0$.

5. (a) Find the roots of $3x^3 + 7x^2 - 7x - 3$, using the fact that they are in GP. [3]

(b) Consider the equation $E \equiv 3x - 7y + 1 = 0$. Write down two other linear equations E_1 and E_2 such that : [2]

(i) E and E_1 are inconsistent ;

(ii) E and E_2 have infinitely many solutions.

----- x -----

एम.टी.ई.-04/एम.टी.ई.-05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा, 2019

गणित

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक :

(कुल का : 70%)

निर्देश :

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिये पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर-पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिये पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

नोट : प्रश्न संख्या 4 करना जरूरी है। शेष प्रश्नों में से कोई तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (क) मान लीजिए कि A और B समुच्चय X के उपसमुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि : [2½]

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

- (ख) AM-GM असमिका का उपयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि :

$$2^n > 1 + n\sqrt{2^{n-1}} \quad \forall n > 2. \quad [2½]$$

2. (क) क्या समीकरणों के निम्नलिखित निकाय को क्रैमर-नियम द्वारा हल किया जा सकता है ? यदि हाँ, तो इसे इस नियम द्वारा हल कीजिए। अन्यथा, इसे गाउसीय निराकरण विधि के अनुप्रयोग से हल कीजिए : [3]

$$3x + y - 5z = 28$$

$$x + 2y - z = 14$$

$$5y = 25$$

- (ख) $(i+5)$ के सभी 7 वें मूल ज्ञात कीजिए। [2]

3. (क) (1-i) और (3+2i) से संतुष्ट होने वाला, \mathbb{R} पर न्यूनतम घात का बहुपद समीकरण ज्ञात कीजिए। [2]

(ख) तीन फुटकर स्टोरों वाली एक कंपनी के पहले स्टोर में 10 टी.वी., 15 स्टिरियो और 12 रिकोर्डर हैं; दूसरे स्टोर में 20 टी.वी., 14 स्टिरियो और 5 रिकोर्डर है तथा तीसरे स्टोर में 25 टी.वी., 15 स्टिरियो और 7 रिकोर्डर हैं। इस सूचना को एक आव्यूह के रूप में दर्शाइए। [2]

(ग) पुष्टि करते हुए, दैनिक जीवन की स्थिति से, रिक्त समुच्चय का एक उदाहरण दीजिए। [1]

4. (क) निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं तथा कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर की पुष्टि के लिए, एक संक्षिप्त उपपत्ति या एक प्रतिउदाहरण दीजिए : [10]

(i) किन्हीं दो समुच्चयों A और B के लिए, यदि $A \subseteq B$ है, तो $A \cup B = B$ होगा।

(ii) $\mathbb{R}[x]$ में प्रत्येक बहुपद के सभी मूल \mathbb{R} में होते हैं।

(iii) कथन 'प्रत्येक वास्तविक संख्या एक सम्मिश्र संख्या होती है' का विलोम 'प्रत्येक वास्तविक संख्या एक सम्मिश्र संख्या नहीं होती है' है।

$$(iv) \quad \text{Arg} \left(\frac{\Pi}{4} \right) = \frac{\Pi}{4}$$

(v) यदि $a \in \mathbb{R}$, तो $\det ([a]) \geq 0$.

5. (क) $3x^3 + 7x^2 - 7x - 3$ के मूल इस तथ्य का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि वे GP में हैं। [3]

(ख) समीकरण $E \equiv 3x - 7y + 1 = 0$ पर विचार कीजिए। दो ऐसे अन्य रैखिक समीकरण E_1 और E_2 लिखिए कि : [2]

(i) E और E_1 असंगत हों।

(ii) E और E_2 के अनंततः अनेक हल हों।

-----x-----

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination, 2019

MATHEMATICS

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 25

[Weightage : 70%

Note : Question no. 5 is compulsory. Answer any three from the rest of the questions. Use of calculators is not allowed.

1. (a) Find the value of a so that the line $\frac{x}{a} = y = \frac{z-1}{2}$ lies in the plane $2x+3y+z=1$ [2]
- (b) Find the foci, eccentricity, directrix and the asymptotes of the conic $3x^2 - 4y^2 = 5$. [3]
2. (a) Find the equation of the circle $(x-1)^2 + y^2 = 1$ when the axes are rotated by 45° . [2]

(b) Find the equation of the sphere passing through the points $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, -1)$ and $(1, 1, 1)$. [3]

3. (a) Check whether the cones $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} = 0$ and $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 0$ are reciprocal or not. [3]

(b) Find the section of the conicoid $y^2 + 2z^2 = x$ by the plane $x + y = 1$. What object does it represent? [2]

4. (a) Find the direction cosines of the line which is perpendicular to both the lines with direction cosines $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}$ and $\frac{2}{\sqrt{21}}, \frac{1}{\sqrt{21}}, \frac{-4}{\sqrt{21}}$. [2]

(b) Identify the type of the conicoid $2x^2 + y^2 - z^2 - 8x - 2y - 2z + 7 = 0$. Give a rough sketch of it. [3]

5. Which of the following statements are true and which ones are false? Give reasons for your answers:

[5×2=10]

(a) The tangents at the points $(a, 2a)$ and $(a, -2a)$

on the parabola $y^2 = 4ax$ are perpendicular to each other.

- (b) The equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0, abc \neq 0$, always represents a central conicoid.
- (c) The equation $x^2 + y^2 = 1$ represents a cylinder in three dimensional space.
- (d) If a curve is symmetrical about the origin, it is symmetrical about the x -axis.
- (e) The equation $4x^2 + 9y^2 + 12xy - 8x - 12y + 4 = 0$ represents a pair of coincident lines.

----- x -----

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा, 2019

गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न संख्या 5 करना अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

- 1 (क) a का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखा $\frac{x}{a} = y = \frac{z-1}{2}$ समतल $2x+3y+z=1$ में स्थित है। [2]
- (ख) शांकव $3x^2-4y^2=5$ की नाभियाँ, उत्केंद्रता, नियता और अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। [3]
- (क) वृत्त $(x-1)^2+y^2=1$ का समीकरण ज्ञात कीजिए, जब अक्षों को 45° से घुमाया गया हो। [2]

(ख) बिन्दुओं $(1,1,0)$, $(0,0,1)$, $(1,0,-1)$ और $(1,1,1)$ से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए। [3]

3. (क) जाँच कीजिए कि शंकु $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} = 0$ और $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 0$ व्युत्क्रम शंकु है या नहीं। [3]

(ख) समतल $x+y=1$ द्वारा शांकवज $y^2 + 2z^2 = x^2$ का परिच्छेद ज्ञात कीजिए। यह किस वस्तु को निरूपित करता है ? [2]

4. (क) दिक्कोज्याएँ $\frac{1}{\sqrt{6}}$, $\frac{2}{\sqrt{6}}$, $\frac{1}{\sqrt{6}}$ और $\frac{2}{\sqrt{21}}$, $\frac{1}{\sqrt{21}}$, $\frac{-4}{\sqrt{21}}$ वाली रेखाओं के लंबरेखा की दिक्कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। [2]

(ख) शांकवज $2x^2 + y^2 - z^2 - 8x - 2y - 2z + 7 = 0$ का प्रकार पता लगाइए। इसका स्थूल आलेख भी दीजिए। [3]

5. बताइए निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य। अपने उत्तरों के कारण दीजिए : [10]

(क) परवलय $y^2 = 4ax$ पर बिंदुओं $(a, 2a)$ और $(a, -2a)$ पर स्पर्शरेखाएँ परस्पर लंब हैं।

- (ख) समीकरण $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$, $abc \neq 0$ हमेशा संकेन्द्रीय शांकवज को निखपित करता है।
- (ग) समीकरण $x^2 + y^2 = 1$ त्रिविम समष्टि में बेलन को निखपित करता है।
- (घ) यदि वक्र मूल बिन्दु के सापेक्ष सममितीय है, तब यह x -अक्ष के सापेक्ष भी सममितीय होता है।
- (ङ) समीकरण $4x^2 + 9y^2 + 12xy - 8x - 12y + 4 = 0$ प्रतिच्छेदी रेखाओं के युग्म को निखपित करता है।

-----x-----