

Number of Printed Pages : 8

MTE-01

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**Term-End Examination, 2019****ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS****MTE-01 : CALCULUS****Time : 2 Hours]****[Maximum Marks : 50****(Weightage : 70%)**

Note : Question No. 1 is compulsory. Attempt any four questions out of Q. No. 2 to Q. No. 7. Use of calculator is not allowed.

1. State whether the following statements are true or false. Justify your answers with the help of a short proof or a counter example. [10]
- (a) The domain of the function f , defined by $f(x) = \sqrt{x-3}$ is $R \setminus \{3\}$
- (b) The function f , defined by $f(x) = x - [x]$, is a bounded function.



(c) If p is a critical point for function f , then f is derivable at the point p .

(d) If f is a function defined by $f(x) = \sin x \cos x$, then f is monotonic on $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(e)
$$\frac{d}{dx} \left[\int_{x^2}^{10} \sin(4\sqrt{t}) dt \right] = -2x \sin 4x$$

2. (a) Find the derivative with respect to x of f , defined by : [2]

$$f(x) = \ell_n \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$$

(b) Find $4\sqrt{82}$ approximately, upto two decimal places. [3]

(c) If $I_m = \int (\ell_n x)^m dx$, $m \in \mathbb{N}$, find a relation between I_m and I_{m-1} . Hence evaluate $\int (\ell_n x)^4 dx$. [5]

3. Trace the curve $y = \frac{2}{3x^2}$, stating all the properties used to trace it. [10]

4. (a) Give one example each, with justification of the following : [2]

(i) A periodic function with period $\frac{\pi}{5}$

(ii) A function which has limit at 0.01

(b) If $y = \cos(m \sin^{-1}x)$, $(1-x^2)y_{n+2} - x(2n+1)y_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n$. [5]

(c) Calculate the approximate value of $\int_{-2}^3 (2x^2 - 1) dx$ by using 5 equal subintervals and applying the trapezoidal rule. [3]

5. (a) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 2 \cos x}$. [5]

(b) Determine if $4y^2 = x^2(4 - x^2)$ has a node at the origin or not. [2]

(c) Verify Lagrange's mean value theorem for the function f defined by $f(x) = 2x^2 - 7x - 10$ over $[2, 5]$. [3]

6. (a) Evaluate: $\int \frac{x^2 \tan^{-1}(x^3)}{1+x^6} dx$. [3]

- (b) Find the volume of the solid generated by revolving the cardioid $r = (1 + \cos \theta)$ about its initial line. [5]
- (c) Give an example with justification of a continuous function, which is not differentiable. [2]
7. (a) Find the maximum and minimum values of $3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ in the interval $[0, 2]$, if they exist. [6]
- (b) Find the all points of discontinuity of the function f , given by [4]

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & , \quad x \leq 1 \\ x-1 & , \quad 1 < x \leq 3 \\ x+1 & , \quad x > 3 \end{cases}$$

Also draw its graph.

----- x -----

एम.टी.ई.-01

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा, 2019

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-01 - कलन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथन में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं। अपने उत्तर का एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्टीकरण दीजिए। [10]

(क) $f(x) = \sqrt{x-3}$ द्वारा परिभाषित फलन f का प्रांत $R \setminus \{3\}$ है।

(ख) $f(x) = x - [x]$ द्वारा परिभाषित फलन f एक बन्ध फलन है।

(ग) यदि p फलन f का एक क्रांतिक बिंदु है, तो f बिन्दु p पर अवकलनीय होगा।

(घ) यदि $f(x) = \sin x \cos x$ द्वारा परिभाषित फलन f है, तो f अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में एकदिष्ट है।

(ङ)
$$\frac{d}{dx} \left[\int_{x^2}^{10} \sin(4\sqrt{t}) dt \right] = -2x \sin 4x$$

2. (क) $f(x) = \ell_n \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$ द्वारा परिभाषित फलन f का x के सापेक्ष अवकल ज्ञात कीजिए। [2]

(ख) $4\sqrt{82}$ का दशमलव के बाद दो स्थानों तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। [3]

(ग) यदि $I_m = \int (\ell_n x)^m dx$, $m \in \mathbb{N}$, है तो I_m और I_{m-1} में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। [5]

3. वक्र $y = \frac{2}{3x^2}$ का अनुरेखण कीजिए। वक्र का अनुरेखण करने में प्रयोग किये गये गुण-धर्मों का स्पष्ट वर्णन कीजिए। [10]

4. (क) निम्नलिखित में से प्रत्येक का एक-एक उदाहरण स्पष्टीकरण के साथ दीजिए :

(i) $\frac{\pi}{5}$ आवर्त काल वाला एक आवर्ती फलन

(ii) एक फलन जिसकी सीमा 0.01 पर 1 है। [2]

(ख) यदि $y = \cos(m \sin^{-1}x)$ है तो $(1-x^2)y_{n+2} - x(2n+1)y_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n$ का मान ज्ञात कीजिए। [5]

(ग) समलंबी नियम का प्रयोग करके 5 बराबर उपअन्तरालों के साथ $\int_{-2}^3 (2x^2 - 1) dx$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। [3]

5. (क) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+2\cos x}$ का मूल्यांकन कीजिए। [5]

(ख) ज्ञात कीजिए कि $4y^2 = x^2(4-x^2)$ का मूलबिन्दु एक पात है या नहीं। [2]

(ग) $f(x) = 2x^2 - 7x - 10$ द्वारा परिभाषित फलन f के लिए अन्तराल $[2, 5]$ पर लाग्रान्ज मध्यमान प्रमेय की सत्यता की जांच कीजिए। [3]

6. (क) $\int \frac{x^2 \tan^{-1}(x^3)}{1+x^6} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। [3]

(ख) हृदयांश $r = (1 + \cos \theta)$ की प्रारम्भिक रेखा के सापेक्ष परिक्रमण से बनी घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए। [5]

(ग) एक सतत फलन, जो अवकलनीय न हो, का स्पष्टीकरण के साथ उदाहरण दीजिए। [2]

7. (क) $3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ का अंतराल $[0, 2]$ में, यदि अस्तित्व है, तो अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। [6]

(ख) $f(x) = \begin{cases} 1-x & , x \leq 1 \\ x-1 & , 1 < x \leq 3 \\ x+1 & , x > 3 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन के

सभी असततता वाले बिन्दु ज्ञात कीजिए। इसका ग्राफ भी खींचिए। [4]

----- x -----