No. of Printed Pages : 12

MTE-12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00682 **December, 2018**

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. **1** is **compulsory**. Answer any **four** questions from questions no. **2** to **7**. Use of calculators is **not** allowed.*

1. State which of the following statements are *True* and which are *False*. Give reasons for your answer with a short proof or a counter-example. *5×2=10*

(a) The optimal solution for an LPP always lies on at least two vertices of the feasible region.

(b) In optimum simplex table, if $z_j - c_j = 0$ for at least one non-basic variable, then there will be no alternative solution.

(c) The right hand side constant of the constraint in a primal problem appears in the corresponding dual as a coefficient in the objective function.

(d) The transportation problem is balanced if the total demand and total supply are equal and the number of sources equals the number of destinations.

(e) The two players game with pay-off matrix $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ has no saddle point.

2. (a) Solve the following LPP graphically : *5*

Maximize $z = 5x_1 + 3x_2$

subject to

$x_1 + x_2 \leq 6$

$2x_1 + 3x_2 \geq 6$

$0 \leq x_1 \leq 4$

$0 \leq x_2 \leq 3.$

(b) Formulate the dual of the following LPP : *5*

Maximize $z = 10x_1 + 8x_2$

subject to

$x_1 + x_2 \geq 5$

$2x_1 - x_2 \geq 12$

$x_1 + 3x_2 \geq 4$

$x_1 \geq 0$ and x_2 is unrestricted.

3. (a) Use simplex method to solve the following LPP : 5

Maximize $z = 2x_1 - x_2 + x_3$

subject to the constraints

$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$

$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$

$x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

(b) Consider the following transportation problem :

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
S_1	6	1	9	3	70
S_2	11	6	2	8	55
S_3	10	12	4	7	90
b_j	85	35	50	45	

Given $x_{13} = 50$, $x_{14} = 20$, $x_{21} = 55$, $x_{31} = 30$, $x_{32} = 35$ and $x_{34} = 25$. Check whether it is an optimal solution. If not, perform one iteration to obtain next basic feasible solution. 5

4. (a) Five persons are available to do five tasks. The cost for doing the tasks by each of the five persons is given below :

		Person				
		1	2	3	4	5
Task	1	23	29	27	20	28
	2	34	31	23	26	29
	3	29	26	27	25	29
	4	29	31	22	32	27
	5	24	27	25	28	27

Find the assignment that will minimize the total cost. 5

(b) Solve the following game by graphical method : 5

		Player B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Player A	A_1	3	1	1	−2
	A_2	2	0	4	2

5. (a) Use two-phase simplex method to solve the following LPP : 5

Maximize $z = 10x_1 + 20x_2$

subject to

$2x_1 + x_2 = 1$

$x_1 + 2x_2 = 5$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

(b) For the following pay-off matrix, write the equivalent linear programming problems for both the players. 5

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	9	1	4
	A_2	0	6	3
	A_3	5	2	8

6. (a) Use dominance principle to solve the game whose pay-off matrix is given by 5

		Player B			
		I	II	III	IV
Player A	I	2	– 2	4	1
	II	6	1	12	3
	III	– 3	2	0	6
	IV	2	– 3	7	1

(b) Let $S = \{(x, y) : x - y \leq 4, x + y \geq -3, y \leq 8\}$. Find all the extreme points of S and represent $(x, y) = (2, 1)$ as convex combination of the extreme points. 5

7. (a) Consider a plant which makes two types of automobile parts A and B. Each require 3 processes, machining, boring and polishing. The time required for one unit of each type on processes is given below :

Process	No. of hours		Maximum available hours
	A	B	
Machining	2	4	12
Boring	3	5	10
Polishing	3	2	8

The profit for one unit of type A is ₹ 30 and the profit for one unit of type B is ₹ 40. Formulate the problem as LPP to maximize the profit. *5*

(b) Determine the initial basic feasible solution for the following transportation problem by North-West corner method.

	D_1	D_2	D_3	D_4	$a_i \downarrow$
S_1	23	17	25	14	30
S_2	15	10	18	24	50
S_3	16	20	8	13	60
$b_j \rightarrow$	30	50	30	50	

Also, perform one complete iteration to find the next modified basic feasible solution. *5*

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना **अनिवार्य** है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति **नहीं** है ।*

---

1. बताइए कि निम्नलिखित में से कौन-से कथन *सत्य* हैं और कौन-से *असत्य* । संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण से अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए । *5×2=10*

(क) एक LPP का इष्टतम हल हमेशा सुसंगत प्रदेश के कम-से-कम दो शीर्षों पर होता है ।

(ख) इष्टतम एकधा तालिका में, यदि कम-से-कम एक अनाधारी चर के लिए $z_j - c_j = 0$ है, तो कोई वैकल्पिक हल नहीं होगा ।

(ग) आद्य समस्या में व्यवरोध का दायाँ अचर उसकी संगत द्वैती में उद्देश्य फलन के गुणांक के रूप में प्रदर्शित होता है ।

(घ) परिवहन समस्या संतुलित होती है यदि कुल माँग कुल आपूर्ति के समान है और स्रोतों की संख्या गंतव्यों की संख्या के समान है ।

(ङ) भुगतान आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ वाले दो खिलाड़ियों के खेल का कोई पल्याण बिन्दु नहीं है ।

2. (क) निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : *5*

$z = 5x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$0 \leq x_1 \leq 4$$

$$0 \leq x_2 \leq 3.$$

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती सूत्रित कीजिए : *5*

$z = 10x_1 + 8x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$2x_1 - x_2 \geq 12$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 4$$

$x_1 \geq 0$ और x_2 अप्रतिबंधित है ।

3. (क) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए : 5

$z = 2x_1 - x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या लीजिए :

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
S_1	6	1	9	3	70
S_2	11	6	2	8	55
S_3	10	12	4	7	90
b_j	85	35	50	45	

दिया गया है $x_{13} = 50$, $x_{14} = 20$, $x_{21} = 55$, $x_{31} = 30$, $x_{32} = 35$ और $x_{34} = 25$. जाँच कीजिए कि यह इष्टतम हल है या नहीं । यदि नहीं, तो अगला आधारी सुसंगत हल प्राप्त करने के लिए एक पुनरावृत्ति कीजिए । 5

4. (क) पाँच कार्यों को करने के लिए 5 व्यक्ति उपलब्ध हैं । प्रत्येक व्यक्ति द्वारा प्रत्येक कार्य करने में लगने वाली लागत नीचे दी गई है :

		व्यक्ति				
		1	2	3	4	5
कार्य	1	23	29	27	20	28
	2	34	31	23	26	29
	3	29	26	27	25	29
	4	29	31	22	32	27
	5	24	27	25	28	27

वह नियतन ज्ञात कीजिए जिससे कि कुल लागत का न्यूनतमीकरण हो । *5*

(ख) ग्राफीय विधि से निम्नलिखित खेल को हल कीजिए : *5*

		खिलाड़ी B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
खिलाड़ी A	A_1	3	1	1	−2
	A_2	2	0	4	2

5. (क) द्वि-चरण एकधा विधि से निम्नलिखित LPP को हल कीजिए : *5*

$z = 10x_1 + 20x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$2x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 = 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

(ख) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के लिए दोनों खिलाड़ियों के लिए संगत रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ लिखिए । 5

		खिलाड़ी B		
		B_1	B_2	B_3
खिलाड़ी A	A_1	9	1	4
	A_2	0	6	3
	A_3	5	2	8

6. (क) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके नीचे दिए गए भुगतान आव्यूह खेल को हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B			
		I	II	III	IV
खिलाड़ी A	I	2	−2	4	1
	II	6	1	12	3
	III	−3	2	0	6
	IV	2	−3	7	1

(ख) मान लीजिए

$$S = \{(x, y) : x - y \leq 4, x + y \geq -3, y \leq 8\}.$$

S के सभी चरम बिन्दु ज्ञात कीजिए और $(x, y) = (2, 1)$ को चरम बिन्दुओं के अवमुख संयोजन में निरूपित कीजिए । 5

7. (क) एक संयंत्र है जो दो प्रकार A और B के पुर्जे बनाता है । प्रत्येक प्रकार के पुर्जे को बनाने में 3 प्रक्रियाएँ, मशीनीकरण, वेधन और पॉलिश होती है । प्रत्येक प्रकार के पुर्जे की प्रत्येक इकाई का प्रक्रियाओं पर लगने वाला समय नीचे दिया गया है :

प्रक्रिया	घंटों की संख्या		अधिकतम उपलब्ध घंटे
	A	B	
मशीनीकरण	2	4	12
वेधन	3	5	10
पॉलिश	3	2	8

प्रकार A की एक इकाई पर लाभ ₹ 30 और प्रकार B की एक इकाई पर लाभ ₹ 40 है । लाभ के अधिकतमीकरण के लिए इस समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए । 5

(ख) उत्तर-पश्चिम कॉर्नर विधि द्वारा निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए ।

	D_1	D_2	D_3	D_4	$a_i \downarrow$
S_1	23	17	25	14	30
S_2	15	10	18	24	50
S_3	16	20	8	13	60
$b_j \rightarrow$	30	50	30	50	

अगला रूपांतरित आधारी सुसंगत हल ज्ञात करने के लिए एक पूरी पुनरावृत्ति भी कीजिए । 5