

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

&

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Instructions :

1. Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
2. Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

December, 2018

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA**

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 5 is compulsory. Answer any three questions from question no. 1 to 4. Use of calculator is not allowed.

1. (a) If $A = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$ and $B = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$, then find $A \cup B, A \cap B$. 2
- (b) Let A be the area of a triangle with semi-perimeter p. Show that A cannot be greater than $\frac{p^2}{3\sqrt{3}}$. 3
2. (a) Find all the roots in C of the equation $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$, given that two of its roots are equal in magnitude and opposite in sign. 4
- (b) If M is a singular matrix, is there a value of $k \in \mathbf{N}$ for which kM will be non-singular? Give reasons for your answer. 1

3. (a) Check whether or not the system of equations 3
 $2x - z = 1$
 $2x + 4y - z = 1$
 $x - 8y - 3z = -2$
 can be solved by Cramer's rule. If yes, solve it by Cramer's rule. Else solve it by the Gaussian elimination method.
- (b) Give the converse and the contrapositive of the following statement : 2
 If Amrita goes to school, then Venkat is one metre tall.
4. (a) A group of senior citizens bought eight tickets from Mumbai to Gwalior and five tickets from Mumbai to Manmad for ₹ 1,020. Another such group also bought three tickets from Mumbai to Gwalior and seven tickets from Mumbai to Manmad for ₹ 800. Formulate this situation as a linear system. 2
- (b) Find all the roots of $1 + z^6 = 0$, and show them in an Argand diagram. 3
5. Which of the following statements are true and which are false? Justify your answers in the form of a short proof or a counter-example. 10
- (a) Any polynomial equation with real coefficients has at least one real root.
- (b) There is one and only one complex cube root of 1.
- (c) If A and B are two sets, then $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$.
- (d) Any linear equation in 3 variables has a unique solution.
- (e) The coefficient matrix of any linear system must be a square matrix.
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी)

सत्रांत परीक्षा
दिसंबर, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25
(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न संख्या 5 करना ज़रूरी है। प्रश्नों 1 से 4 तक में से कोई तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (a) यदि $A = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} | x^2 + y^2 = 1\}$ है, तथा 2
 $B = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ है, तो
 $A \cup B$ और $A \cap B$ ज्ञात कीजिए।
- (b) मान लीजिए कि अर्धपरिमाण p वाले एक त्रिभुज का 3
क्षेत्रफल A है। दर्शाइए कि A , $\frac{p^2}{3\sqrt{3}}$ से बड़ा नहीं हो
सकता है।

2. (a) समीकरण $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ के C में 4
सभी मूल ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है कि इसके दो
मूल परिमाण (magnitude) में बराबर हैं तथा विपरीत
चिह्नों के हैं।
- (b) यदि M एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो क्या $k \in \mathbb{N}$ 1
का कोई ऐसा मान है जिसके लिए kM व्युत्क्रमणीय
होगा? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।
3. (a) जाँच कीजिए कि समीकरण-निकाय 3

$$2x - z = 1$$

$$2x + 4y - z = 1$$

$$x - 8y - 3z = -2$$
को क्रमर नियम द्वारा हल किया जा सकता है या नहीं।
यदि हाँ, तो इसे क्रमर नियम द्वारा हल कीजिए। अन्यथा,
इसे गाउसीय निराकरण विधि द्वारा हल कीजिए।
- (b) निम्नलिखित कथन के विलोम तथा प्रतिधात्मक 2
दीजिए :
यदि अम्रिता विद्यालय जाती है, तो वैंकट एक मीटर
लंबा है।
4. (a) वरिष्ठ नागरिकों के एक समूह ने ₹ 1,020 में, मुंबई से 2
ग्वालियर के आठ टिकट तथा मुंबई से मनमाड के पाँच
टिकट खरीदे। एक ऐसा ही अन्य समूह ने ₹ 800 में,
मुंबई से ग्वालियर के तीन टिकट तथा मुंबई से मनमाड
के सात टिकट खरीदे। इस स्थिति को एक रैखिक
निकाय के रूप में सूत्रित कीजिए।
- (b) $1 + z^6 = 0$ के सभी मूल ज्ञात कीजिए तथा इन्हें एक 3
आरगां आरेख में दर्शाइए।

5. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं और कौन से असत्य हैं? एक संक्षिप्त उपपत्ति या एक प्रति-उदाहरण के रूप में अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10

- (a) वास्तविक गुणांकों वाले किसी भी बहुपद समीकरण का कम से कम एक वास्तविक मूल होता है।
- (b) 1 का एक और केवल एक संमिश्र घनमूल होता है।
- (c) यदि A और B दो समुच्चय हैं, तो $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$ होता है।
- (d) 3 चरों वाले किसी भी रैखिक समीकरण का एक अद्वितीय हल होता है।
- (e) किसी भी रैखिक निकाय का गुणांक आव्यूह एक वर्ग आव्यूह होता है।
-

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

December, 2018

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 1 is compulsory. Do any three questions from questions 2 to 5. Calculators are not allowed.

1. Are the following statements true or false ? Justify your answer with a short proof or a counter-example. 2x5=10
- (a) There are more than one plane passing through the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{3}$ and the point (2, 0, 1).
- (b) Normal to the conic $x^2 + 4ay = 0$, $a > 0$ at the origin is the y -axis.
- (c) The Cartesian form of the polar equation $r = \frac{2}{1 - \cos\theta}$ is $y^2 = 4 + 2x$.
- (d) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 = 4\}$ represents a circle.
- (e) The line $x = y = z$ touches the conicoid $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$.

2. (a) Find the vertices, eccentricity, foci and directrices of the conic $4x^2 - y^2 = 16$. 2
- (b) Show that if the line $ax + by = 1$ touches the conic $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, then $(a^2 + b^2)(g^2 + f^2 - c) = (ag + bf + 1)^2$. 3
3. (a) Find the equation of the plane passing through the points $(a, 1, 1)$, $(1, a, 1)$ and $(1, 1, a)$, where $a \neq 1$. 3
- (b) To which point should the origin be shifted so that the curve $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ transforms into $x^2 + y^2 = 1$? Justify. 2
4. (a) Trace the conicoid represented by the equation $-x^2 - y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$. 2
- (b) Find the reciprocal cone of the cone $x^2 + y^2 = 2(xz + yz)$. 3
5. (a) Find the equations of the spheres that pass through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 1$, $x + y + z = 0$ and touch the plane $2x - y - z = 2\sqrt{2}$. 3
- (b) Check whether the conicoid $2x^2 + y^2 - z^2 + 2zx + z = 1$ has a centre or not. 2
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसंबर, 2018

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न संख्या 1 करना ज़रूरी है। प्रश्न संख्या 2 से 5 में से कोई 3 प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 2x5=10

(a) ऐसे एक से अधिक समतल हैं जो रेखा

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{3} \text{ और बिंदु } (2, 0, 1) \text{ से गुजरते हैं।}$$

(b) शांकव $x^2 + 4ay = 0$, $a > 0$ का मूलबिंदु पर अभिलंब y -अक्ष है।

(c) ध्रुवीय समीकरण $r = \frac{2}{1 - \cos\theta}$ का कार्तीय रूप $y^2 = 4 + 2x$ है।

- (d) $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + z^2 = 4\}$ एक वृत्त को निरूपित करता है।
- (e) रेखा $x = y = z$, शांकवज $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$ को स्पर्श करती है।
2. (a) शांकव $4x^2 - y^2 = 16$ के शीर्ष, उत्केन्द्रता, नाभियाँ और 2
नियताएँ ज्ञात कीजिए।
- (b) दिखाइए कि यदि रेखा $ax + by = 1$, शांकव 3
 $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ को स्पर्श करती है, तो
 $(a^2 + b^2)(g^2 + f^2 - c) = (ag + bf + 1)^2$.
3. (a) बिंदुओं $(a, 1, 1)$, $(1, a, 1)$ और $(1, 1, a)$ से गुजरने 3
वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ $a \neq 1$ है।
- (b) मूलबिंदु को किस बिंदु पर स्थानांतरित किया जाए कि 2
वक्र $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$, वक्र
 $x^{1/2} + y^{1/2} = 1$ में रूपांतरित हो जाए? पुष्टि कीजिए।
4. (a) समीकरण $-x^2 - y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$ से निरूपित 2
शांकवज को आरेखित कीजिए।
- (b) शंकु $x^2 + y^2 = 2(xz + yz)$ का व्युत्क्रम शंकु ज्ञात 3
कीजिए।

5. (a) उन गोलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 1$, $x + y + z = 0$ से गुजरते हैं और समतल $2x - y - z = 2\sqrt{2}$ को स्पर्श करते हैं। 3
- (b) जाँच कीजिए कि शांकवज $2x^2 + y^2 - z^2 + 2zx + z = 1$ का केंद्र है या नहीं। 2
-