

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**

**Term-End Examination**

00472 December, 2018

**(APPLICATION ORIENTED COURSE)**

**AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH**

*Time : 2 hours*

*Maximum Marks : 50*

*(Weightage : 70%)*

---

**Note :** Question no. 1 is **compulsory**. Answer any **four** questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators is **not allowed**.

---

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer.  $5 \times 2 = 10$ 
  - (a) An optimal solution in LPP does not necessarily use all the constraints.
  - (b) A transportation problem with  $m$  rows and  $n$  columns is an LPP with  $m$  variables and  $n$  constraints.
  - (c)  $x_1 = 0, x_2 = 0$  and  $x_3 = 1$  is a basic feasible solution for the system of equations  $x_1 + x_2 + x_3 = 4$  and  $2x_1 + x_2 + x_3 = 5$ .
  - (d) When the ordered quantity is the same as EOQ, the ordering cost is equal to the holding cost.
  - (e) In queuing systems, Little's formula relates the waiting time of the customer and the number of customers present in the system.

2. (a) Use the dual simplex method to solve the following LPP :

6

$$\text{Max. } z = -3x_1 - 2x_2$$

subject to the constraints

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_2 \leq 3$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0.$$

- (b) A purchase manager places order for a lot of 500 units of a particular item. From the available data, the following results are obtained :

Inventory carrying cost = 40%

Ordering cost per order = ₹ 600

Cost per unit = ₹ 50

Annual demand = 1,000 units.

Find out the loss to the organisation due to the manager's ordering policy.

3. (a) The standard weight of a special purpose brick is 5 kg and it contains two basic ingredients  $B_1$  and  $B_2$ .  $B_1$  costs ₹ 5 per kg and  $B_2$  costs ₹ 8 per kg. For required strength of the brick, it should contain not more than 4 kg of  $B_1$  and a minimum of 2 kg of  $B_2$ . Formulate it as an LPP to minimize the cost of the brick. Also, solve it graphically.

5

- (b) Find the sequence that minimizes the total time required in performing five jobs on three machines in the order ABC. Processing time (in hours) are given in the following table :

Job :	1	2	3	4	5
Machine A :	8	10	6	7	11
Machine B :	5	6	2	3	4
Machine C :	4	9	8	6	5

Also, find the total elapsed time and idle time of each of the machines.

5

4. (a) A company has three production facilities  $S_1$ ,  $S_2$  and  $S_3$  with production capacity of 7, 9 and 18 units per week of a production, respectively. These units are to be shipped to four warehouses  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  and  $D_4$  with requirements of 5, 8, 7 and 14 units per week, respectively. The transportation cost per unit between factories to warehouses are given in the following table :

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Capacity
$S_1$	19	30	50	10	7
$S_2$	70	30	40	60	9
$S_3$	40	8	70	20	18
Demand	5	8	7	14	34

Find the initial basic feasible solution using Vogel's approximation method. Hence, find an optimal solution.

6

- (b) A repair shop has a single mechanic. The shop has an average of four customers an hour who bring small appliances for repair. The mechanic inspects them for defects and for this he takes six minutes on an average. Arrivals are Poisson and service rate has an exponential distribution.
- (i) Find the probability that there is no customer in the shop.
  - (ii) What is the probability of finding at least one customer in the shop ?
  - (iii) Calculate the average number of customers in the system.
  - (iv) Find the average time spent by a customer in the shop, including service time.

4

5. (a) A small project is composed of 7 activities, whose time estimates are given in the following table. Activities are identified by their beginning (i) and ending (j) node numbers.

Activity (i - j)	Estimated Duration (in weeks)		
	Optimistic time	Most likely time	Pessimistic time
1 - 2	1	1	7
1 - 3	1	4	7
1 - 4	2	2	8
2 - 5	1	1	1
3 - 5	2	5	14
4 - 6	2	5	8
5 - 6	3	6	15

- (i) Draw the network diagram of the activities of the project and find the critical path.
- (ii) Find the expected duration and variance for each activity.
- (iii) What is the expected project length ?
- (iv) Calculate the variance of the project length. 6
- (b) Out of five contractors, four jobs are to be assigned to four contractors to minimize the cost.

		Jobs			
		J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>
	C <sub>1</sub>	9	14	19	15
	C <sub>2</sub>	7	17	20	19
Contractors	C <sub>3</sub>	9	18	21	18
	C <sub>4</sub>	10	12	18	19
	C <sub>5</sub>	10	15	21	16

Which contractor of the five contractors will be unsuccessful in getting the job ? 4

6. (a) An oil engine manufacturer purchases lubricants at the rate of ₹ 50 per unit from a vendor. The requirement of these lubricants is 1800 units per year. The cost of placing an order is ₹ 40 and inventory carrying cost per rupee per year is only 20 paise. Find the economic order quantity and the cycle time. 4

- (b) Solve the following integer programming problem :

$$\text{Maximize } z = x_1 + x_2$$

subject to

$$3x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and are integers.}$$

6

7. (a) Three Custom officers check the luggage of the passengers at an airport. The passengers are found to arrive at an average rate of 30 per 8 hours a day. The amount of time a Custom officer spends with the passenger is found to have an exponential distribution with mean service time 32 minutes.

(i) Find the probability that all the Custom officers are idle.

(ii) Find the expected number of passengers in the queue.

(iii) Find the expected waiting time of passengers in the system.

6

- (b) Based on the previous data, the probabilities of a batsman making various scores in one day internationals are given below :

Runs	10	20	30	40	50	60	70
Probability	0.01	0.20	0.15	0.30	0.12	0.20	0.02

Simulate the runs scored by the batsman in the next five one day internationals using the random numbers 25, 39, 65, 76, 12. Also, find the average score.

4

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2018

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य? अपने उत्तर के समर्थन में लघु उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए। 5×2=10
  - (क) LPP के इष्टतम हल को प्राप्त करने के लिए सभी व्यवरोध आवश्यक रूप से प्रयोग में नहीं लाए जाते हैं।
  - (ख)  $m$  चरों और  $n$  व्यवरोधों वाली LPP  $m$  पंक्ति और  $n$  स्तम्भों वाली परिवहन समस्या होती है।
  - (ग) समीकरण निकाय  $x_1 + x_2 + x_3 = 4$  और  $2x_1 + x_2 + x_3 = 5$  का एक आधारी सुसंगत हल  $x_1 = 0, x_2 = 0$  और  $x_3 = 1$  है।
  - (घ) जब ऑर्डर मात्रा और EOQ समान होती है, तो ऑर्डर लागत और धारण लागत बराबर होती है।
  - (ङ) पंक्ति निदर्श में, ग्राहकों की प्रतीक्षा काल और निकाय में उपस्थित ग्राहकों की संख्या को लिटिल सूत्र द्वारा संबंधित किया जाता है।

2. (क) द्वैती-एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP को हल कीजिए :

6

$z = -3x_1 - 2x_2$  का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_2 \leq 3$$

$$\text{तथा } x_1, x_2 \geq 0.$$

- (ख) एक क्रय प्रबंधक एक विशेष उत्पाद की 500 इकाइयों के एक लॉट का ऑर्डर भेजता है। प्राप्त आँकड़ों से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं :

मालसूची रखाव लागत = 40%

ऑर्डर लागत प्रति ऑर्डर = ₹ 600

लागत प्रति इकाई = ₹ 50

वार्षिक माँग = 1,000 इकाइयाँ

प्रबंधक की ऑर्डर नीति के कारण कम्पनी को हुई हानि ज्ञात कीजिए।

4

3. (क) एक विशेष प्रयोग की ईंट का मानक वज़न 5 kg है और इसकी दो आधारभूत सामग्रियाँ  $B_1$  और  $B_2$  हैं।  $B_1$  की लागत ₹ 5 प्रति kg और  $B_2$  की लागत ₹ 8 प्रति kg है। ईंट की आवश्यक मज़बूती के लिए, इसमें  $B_1$ , 4 kg से अधिक नहीं होना चाहिए और  $B_2$  कम-से-कम 2 kg होना चाहिए। ईंट की लागत का न्यूनतमीकरण करने की LPP सूत्रित कीजिए। इसे ग्राफ़ीय-विधि से हल भी कीजिए।

5



- (ख) 5 जॉबों को तीन मशीनों पर ABC क्रम में करने पर लगने वाले समय का न्यूनतमीकरण करने वाला अनुक्रम ज्ञात कीजिए। प्रक्रिया काल (घंटों में) निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

जॉब :	1	2	3	4	5
मशीन A :	8	10	6	7	11
मशीन B :	5	6	2	3	4
मशीन C :	4	9	8	6	5

प्रत्येक मशीन का कुल व्यतीत समय और खाली समय भी ज्ञात कीजिए।

5

4. (क) एक कम्पनी के पास तीन उत्पादन सुविधाएँ  $S_1$ ,  $S_2$  और  $S_3$  हैं, इनकी उत्पादन क्षमता प्रति सप्ताह क्रमशः 7, 9 और 18 इकाइयाँ हैं। इन इकाइयों को 4 गोदामों  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  और  $D_4$  में पहुँचाना है जिनकी आवश्यकता क्रमशः 5, 8, 7 और 14 इकाइयाँ प्रति सप्ताह हैं। फैक्ट्रियों और गोदामों के बीच की परिवहन लागत प्रति इकाई नीचे तालिका में दी गई है :

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	क्षमता
$S_1$	19	30	50	10	7
$S_2$	70	30	40	60	9
$S_3$	40	8	70	20	18
माँग	5	8	7	14	34

वोगल सन्निकटन विधि का प्रयोग करके प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए। इस प्रकार, इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

6

(ख) एक मरम्मत की दुकान पर एक मैकेनिक है। दुकान पर छोटे उपकरणों की मरम्मत करवाने के लिए ग्राहक 4 ग्राहक प्रति घंटे की दर से आते हैं। मैकेनिक उनकी खराबी की जाँच करता है और इसमें वह औसतन 6 मिनट लेता है। आगमन प्वासों हैं और सेवा दर चरघातांकीय बंटन में है।

- (i) वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दुकान में कोई भी ग्राहक नहीं है।
- (ii) दुकान में कम-से-कम एक ग्राहक होने की प्रायिकता क्या है ?
- (iii) निकाय में ग्राहकों की माध्य संख्या की गणना कीजिए।
- (iv) ग्राहकों द्वारा दुकान पर बीता माध्य समय, जिसमें सेवा काल जुड़ा है, ज्ञात कीजिए।

4

5. (क) 7 गतिविधियों से बनी एक छोटी परियोजना है, जिसमें गतिविधियों का प्रत्याशित समय निम्नलिखित तालिका में दिया गया है। गतिविधियाँ उनके प्रारम्भिक नोड संख्या (i) और अंतिम नोड संख्या (j) से पहचानी जाती हैं।

गतिविधि (i - j)	प्रत्याशित समय (सप्ताह में)		
	आशावादी समय	अधिकतम संभावित समय	निराशावादी समय
1 - 2	1	1	7
1 - 3	1	4	7
1 - 4	2	2	8
2 - 5	1	1	1
3 - 5	2	5	14
4 - 6	2	5	8
5 - 6	3	6	15

- (i) परियोजना की गतिविधियों के नेटवर्क का आरेख बनाइए और क्रांतिक पथ ज्ञात कीजिए ।
- (ii) प्रत्येक गतिविधि की प्रत्याशित अवधि और प्रसरण ज्ञात कीजिए ।
- (iii) प्रत्याशित परियोजना लंबाई क्या है ?
- (iv) परियोजना लंबाई के प्रसरण की गणना कीजिए । 6
- (ख) लागत का न्यूनतमीकरण करने के लिए पाँच ठेकेदारों में से चार ठेकेदारों को चार जॉब का नियतन करना है ।

जॉब

	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$C_1$	9	14	19	15
$C_2$	7	17	20	19
ठेकेदार $C_3$	9	18	21	18
$C_4$	10	12	18	19
$C_5$	10	15	21	16

पाँच ठेकेदारों में से कौन-सा ठेकेदार जॉब पाने में असफल रहेगा ? 4

6. (क) एक तेल इंजन निर्माता किसी विक्रेता से ₹ 50 प्रति इकाई की दर से चिकनाई खरीदता है । इन चिकनाइयों की आवश्यकता प्रति वर्ष 1800 इकाइयाँ हैं । ऑर्डर लागत ₹ 40 और मालसूची रखाव लागत केवल 20 पैसे प्रति रुपया प्रति वर्ष है । आर्थिक ऑर्डर मात्रा और चक्र काल ज्ञात कीजिए । 4

(ख) निम्नलिखित पूर्णांक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :  
 $z = x_1 + x_2$  का अधिकतमीकरण कीजिए  
जबकि

$$3x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ और पूर्णांक हैं।}$$

6

7. (क) एक हवाई अड्डे पर तीन कस्टम अधिकारी यात्रियों के सामान की जाँच करते हैं। यात्रियों के आगमन का माध्य काल एक दिन में 30 प्रति 8 घंटा है। कस्टम अधिकारी द्वारा यात्रियों की सेवा में लगाया समय चरघातांकीय बंटित है जिसका माध्य सेवा काल 32 मिनट है।

(i) वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सभी कस्टम अधिकारी खाली हैं।

(ii) पंक्ति में प्रत्याशित यात्रियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(iii) निकाय में यात्रियों का प्रत्याशित प्रतीक्षा काल ज्ञात कीजिए।

6

(ख) पुराने आँकड़ों के आधार पर, एक बल्लेबाज के एक दिवसीय अंतर्राष्ट्रीय खेलों में बनाए गए विभिन्न स्कोरों की प्रायिकताएँ निम्नलिखित हैं :

रन	10	20	30	40	50	60	70
प्रायिकता	0.01	0.20	0.15	0.30	0.12	0.20	0.02

यादृच्छिक संख्याओं 25, 39, 65, 76, 12 का प्रयोग करके बल्लेबाज द्वारा अगले पाँच दिनों में खेले गए एक दिवसीय अंतर्राष्ट्रीय खेलों में प्राप्त स्कोर का अनुकरण कीजिए। औसतन स्कोर भी ज्ञात कीजिए।

4