

**BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)****Term-End Examination, December, 2017****PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I  
&  
PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II****Instructions :**

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा, दिसम्बर, 2017

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

**निर्देश :**

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें ।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें ।

## BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

## Term-End Examination

December, 2017

## PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS-ITime :  $1\frac{1}{2}$  hours

Maximum Marks : 25

**Note :** Attempt *all* questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables or non-programmable calculators.

1. Answer any *three* parts :

3×4=12

- (a) If  $\vec{A} = 5\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$ , determine  $\vec{A} + \vec{B}$ . Also find a vector of magnitude six units long in the direction of  $\vec{A}$ .
- (b) Consider a force  $\vec{F} = 20(6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  N acting at a point P  $(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$  m. What is the torque (in Nm) at point P about the origin ?

- (c) Determine the angle between the tangents to the curve  $\vec{r} = t^2 \hat{i} + 2t \hat{j} - t^3 \hat{k}$  at the points  $t = \pm 1$ .
- (d) Determine the directional derivative of the scalar field  $\phi(x, y, z) = xy^2 + yz^3$  at the point  $(2, -1, 1)$  in the direction of the vector  $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ .
- (e) If  $f = (x^2 + y^2 + z^2)^n$ , determine  $n$  if  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} f) = 0$ .

2. A vector field is given by

$\vec{F} = (\sin y) \hat{i} + x(1 + \cos y) \hat{j}$ . Evaluate the line integral over a circular path given by  $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ .

5

OR

State Gauss's divergence theorem. Using it evaluate

$$\int_S \int \vec{F} \cdot \vec{dS},$$

where  $\vec{F} = x^3 \hat{i} + y^3 \hat{j} + z^3 \hat{k}$  and  $S$  is the surface of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

5

3. The probability that a certain component survives a given shock is  $\frac{3}{5}$ . Calculate the probability that 2 of the next 4 components tested survive. 3

**OR**

The life of a component X has the probability density function

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & \text{for } x > 0 \\ 0, & \text{for } x \leq 0 \end{cases}$$

Calculate the probabilities that it will take on a value between (i) 1 and 3, and (ii) greater than 0.5. 3

4. Obtain the regression equation which is the best fit for the following data : 5

x :	2	3	4	5	6	7
y :	3.0	5.0	5.5	6.0	8.0	9.5

**OR**

Obtain the mean and variance of the Poisson distribution

$$p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad 5$$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2017

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणियों या अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं ।

1. कोई तीन भागों के उत्तर दीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) यदि  $\vec{A} = 5\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$ ,  
हो, तो  $\vec{A} + \vec{B}$  ज्ञात कीजिए ।  $\vec{A}$  की दिशा में एक  
सदिश भी ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण छः इकाई हो ।

(ख) मान लीजिए कि बिन्दु  $P(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$  m पर बल  
 $\vec{F} = 20(6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  N लगा है । इस बिन्दु P पर  
मूल-बिन्दु के सापेक्ष बल-आघूर्ण (Nm में) क्या है ?

(ग)  $\vec{r} = t^2\hat{i} + 2t\hat{j} - t^3\hat{k}$  द्वारा परिभाषित वक्र पर  $t = \pm 1$  बिन्दुओं पर खींची गई स्पर्शरखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

(घ) अदिश क्षेत्र  $\phi(x, y, z) = xy^2 + yz^3$  में बिन्दु  $(2, -1, 1)$  पर सदिश  $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  के अनुदिश दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ङ) यदि  $f = (x^2 + y^2 + z^2)^n$  के लिए  $n$  का मान निर्धारित कीजिए, यदि  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} f) = 0$ .

2. एक दिए गए वृत्तीय पथ  $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$  पर सदिश क्षेत्र  $\vec{F} = (\sin y)\hat{i} + x(1 + \cos y)\hat{j}$  के रेखा समाकल का मूल्यांकन कीजिए।

5

अथवा

गाउस अपसरण प्रमेय का कथन लिखिए। इसका प्रयोग करते हुए

$$\int_S \int \vec{F} \cdot \vec{dS}$$

का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ  $\vec{F} = x^3\hat{i} + y^3\hat{j} + z^3\hat{k}$  है और गोले के पृष्ठ  $S$  को  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  द्वारा परिभाषित किया गया है।

5

3. शॉक से किसी घटक के बचे रहने की प्रायिकता  $3/5$  है ।  
जाँचे जा रहे अगले 4 घटकों में से 2 घटकों के शॉक से बचे  
रहने की प्रायिकता परिकलित कीजिए ।

3

अथवा

किसी घटक X की आयु का प्रायिकता घनत्व फलन  
निम्नलिखित है :

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \text{ के लिए} \\ 0, & x \leq 0 \text{ के लिए} \end{cases}$$

इसकी आयु के (i) 1 और 3 के बीच, और (ii) 0.5 से  
अधिक होने की प्रायिकता परिकलित कीजिए ।

3

4. वह समाश्रयण समीकरण प्राप्त कीजिए जो निम्नलिखित  
आँकड़ों का श्रेष्ठतम आसंजन करती हो :

5

x :	2	3	4	5	6	7
y :	3.0	5.0	5.5	6.0	8.0	9.5

अथवा

प्वासों बंटन

$$p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

का माध्य और प्रसरण प्राप्त कीजिए ।

5

**BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)****Term-End Examination****December, 2017****PHYSICS****PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS-II***Time :  $1\frac{1}{2}$  hours**Maximum Marks : 25*

---

*Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables or non-programmable calculators is allowed.*

---

---

1. Attempt any *three* parts : 3×4=12

(a) Show that the ODE

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

is an exact equation and hence solve it.

(b) Solve the ODE  $y'' + y = 2e^x$ .



(c) Show that the function  $z = y - \frac{y}{x^2 + y^2}$

satisfies the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

(d) Reduce the following PDE into 3 ODEs :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(\mathbf{x}, y, t) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}(\mathbf{x}, y, t) + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t}(\mathbf{x}, y, t) = 0$$

(e) Solve the initial value problem

$$y'' - 2y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

2. Attempt any **one** part :

1×6=6

(a) Determine the power series solution for the ODE :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

(b) A stone of mass  $m$  is dropped in the sea where it experiences a resistive force proportional to its velocity. Determine the velocity of the stone as a function of time.

3. Attempt any *one* part :

1×7=7

- (a) Expand the following function in a Fourier series :

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 \quad (-\pi \leq x \leq 0) \\ &= 1 \quad (0 \leq x \leq \pi) \end{aligned}$$

- (b) A string of length  $L$  is plucked at its mid-point and then released from rest from this position. The resulting vibrations are modelled by the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L, \quad t \geq 0$$

with the following initial and boundary conditions :

$$u(0, t) = u(L, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0.1 \sin \frac{2\pi x}{L}$$

Determine  $u(x, t)$ .

---

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2017

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणियों या अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

3×4=12

(क) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण यथातथ है :

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

अतः उसे हल कीजिए।

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$y'' + y = 2e^x$$

- (ग) सिद्ध कीजिए कि फलन  $z = y - \frac{y}{x^2 + y^2}$  निम्नलिखित समीकरण को संतुष्ट करता है :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

- (घ) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को तीन साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} (x, y, t) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} (x, y, t) + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t} (x, y, t) = 0$$

- (ङ) निम्नलिखित आदि मान समस्या का हल प्राप्त कीजिए :

$$y'' - 2y' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$$

2. कोई एक भाग कीजिए :

1×6=6

- (क) घात श्रेणी विधि द्वारा निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- (ख) द्रव्यमान  $m$  वाले एक पत्थर को समुद्र में गिराया जाता है जहाँ समुद्र में पत्थर एक प्रतिरोधी बल महसूस करता है, जो वेग के समानुपाती है। पत्थर का वेग समय के फलन के रूप में ज्ञात कीजिए।

3. कोई एक भाग कीजिए :

1×7=7

(क) निम्नलिखित फलन का फूरिये श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए :

$$f(x) = -1 \quad (-\pi \leq x \leq 0) \\ = 1 \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

(ख) लंबाई  $L$  वाले एक तार को उसके मध्य-बिन्दु पर खींचकर विरामावस्था से छोड़ दिया जाता है। परिणामी कंपन निम्नलिखित समीकरण से निदर्शित होते हैं :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L, \quad t \geq 0$$

इसके आदि और परिसीमा प्रतिबंध निम्नलिखित हैं :

$$u(0, t) = u(L, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \cdot 1 \sin \frac{2\pi x}{L}$$

$u(x, t)$  निर्धारित कीजिए।

---