No. of Printed Pages : 8

MTE-13

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00162

December, 2017

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. **1** is **compulsory**. Answer any **four** questions from questions no. **2** to **7**. Use of calculators is **not** allowed.*

---

1. Which of the following statements are *true* and which are *false* ? Justify your answers. *5×2=10*

(a) "Every negative real number is the square of another real number" is a proposition.

(b) The contrapositive of the statement, 'If Ayesha is the President, then Zarina goes to school' is 'If Zarina goes to school, then Ayesha is the President'.

(c) The generating function of the recurrence relation, $a_n - 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 0$, is $\frac{e^{4x}}{(x+2)(x-4)}$.

(d) The number of distinct ways in which ten students can sit in on four chairs is C(10, 4).

(e) K_n is Eulerian $\forall$ n $\in$ **N**.

2. (a) Check the validity of the following argument : 4

$$(p \to q) \wedge (q \to p \vee \sim r) \Rightarrow (q \to \sim r)$$

(b) Find the particular solution of the recurrence relation, 3

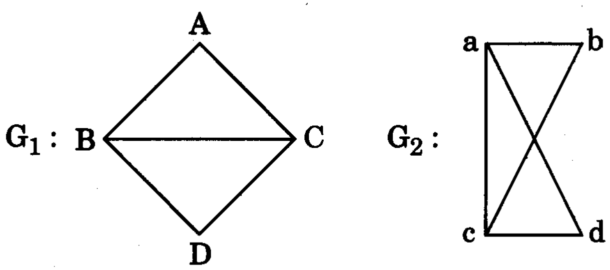
$$a_n - 3a_{n-1} + 4a_{n-2} - 2a_{n-3} = 10.3^n, \ (n \geq 3).$$

(c) Find the coefficient of x^7 in the expansion of $(1 + 2x + 2x^2)^6$. 3

3. (a) Using mathematical induction, prove that

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}, \forall n > 1.$$ 4

(b) Are the graphs given below isomorphic ? Justify your answer. 2



(c) Set up a recurrence relation to express the number of derangements of {1, 2, ..., n}. 4

4. (a) Find the DNF of the Boolean expression whose CNF is

$$f = (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee z') \wedge (x \vee y' \vee z) \wedge (x \vee y' \vee z') \wedge (x' \vee y \vee z).$$ 4

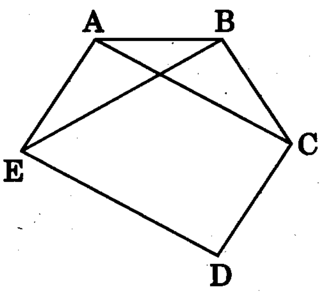
(b) Prove that $K_{m,n}$ is Hamiltonian if and only if $m = n$, for $n, m \geq 2$. Is the result true for $m = n = 1$? Give reasons for your answer. 6

5. (a) Find the number of non-negative integer solutions of the equation 2

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_7 = 8.$$

(b) Selvi goes to a shop and buys rice for ₹ 27. She has 3 five-rupee coins, 4 two-rupee coins and 6 one-rupee coins. In how many ways can she pay the shopkeeper ? Find a solution using generating functions. 8

6. (a) Give the vertex and edge colouring of the following graph, using the minimum number of colours. Justify your answer. 3



(b) If a four-digit number is chosen at random, what is the probability that the product of its digits is 9 ? 3

(c) In a coaching academy there are 200 students. 100 of them study English, 90 study Hindi and 80 study Tamil. 60 of them study both English and Tamil, 50 study both English and Hindi and 40 study both Hindi and Tamil. Also 25 of them study all the three languages. Find the number of students, who study none of the three languages. *4*

7. (a) Write down the statement below as a compound proposition :

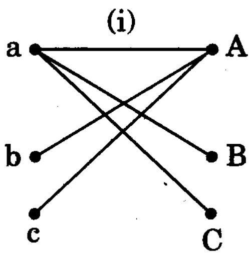
"If the temperature is less than 0°C and this temperature implies that no one can go to play football, then no one can go to play football."

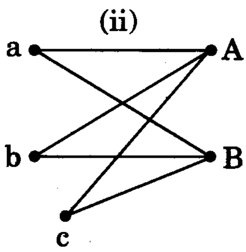
Is this proposition a tautology ? Give reasons for your answer. *3*

(b) Solve the following recurrence relation by the method of telescoping sums : *3*

$$b_n - b_{n-1} = n(n!), \ (n \geq 1) \text{ and } b_0 = 0$$

(c) Check whether or not, there is complete matching in the following graphs : *4*





एम.टी.ई.-13

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2017

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*
(कुल का : 70%)

*नोट: प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।*

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन *सत्य* हैं और कौन-से *असत्य*? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए । *5×2=10*

(क) "प्रत्येक ऋणात्मक वास्तविक संख्या दूसरी वास्तविक संख्या का वर्ग होती है," एक कथन है ।

(ख) कथन 'यदि आयशा अध्यक्ष है, तभी ज़रीना स्कूल जाती है', का प्रतिस्थितिक है, 'यदि ज़रीना स्कूल जाती है, तो आयशा अध्यक्ष है' ।

(ग) पुनरावृत्ति संबंध $a_n - 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 0$ का जनक फलन $\frac{e^{4x}}{(x+2)(x-4)}$ है ।

(घ) दस विद्यार्थियों द्वारा चार कुर्सियों पर बैठने के अलग-अलग तरीकों की संख्या $C(10, 4)$ है ।

(ङ) K_n ऑयलरी $\forall\, n \in \mathbf{N}$ है ।

2. (क) निम्नलिखित तर्क की मान्यता की जाँच कीजिए : 4

$$(p \to q) \wedge (q \to p \vee \sim r) \Rightarrow (q \to \sim r)$$

(ख) पुनरावृत्ति संबंध

$$a_n - 3a_{n-1} + 4a_{n-2} - 2a_{n-3} = 10.3^n, \ (n \geq 3)$$

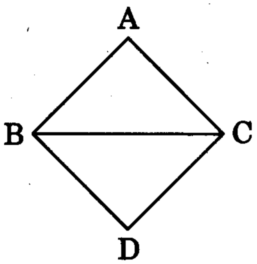
का विशेष हल ज्ञात कीजिए । 3

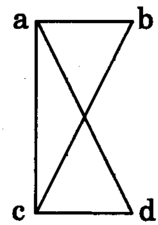
(ग) $(1 + 2x + 2x^2)^6$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए । 3

3. (क) गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}, \forall \, n > 1.$$ 4

(ख) क्या नीचे दिए गए ग्राफ़ तुल्याकारी हैं ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । 2

G_1 : 

G_2 : 

(ग) {1, 2, ..., n} के अपविन्यासों की संख्या व्यक्त करने के लिए पुनरावृत्ति संबंध स्थापित कीजिए । 4

4. (क) उस बूलीय व्यंजक का DNF ज्ञात कीजिए जिसका CNF है

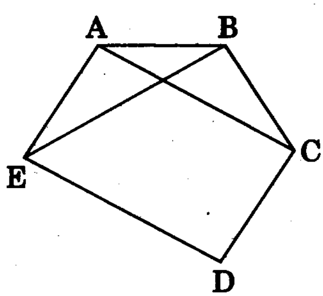
$$f = (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee z') \wedge (x \vee y' \vee z) \wedge (x \vee y' \vee z') \wedge (x' \vee y \vee z).$$ 4

(ख) सिद्ध कीजिए कि यदि $n, m \geq 2$ तब $\kappa_{m,n}$ हैमिल्टोनियन है, यदि और केवल यदि $m = n$. $m = n = 1$ के लिए क्या यह परिणाम सत्य है ? अपने उत्तर के कारण बताइए । *6*

5. (क) समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_7 = 8$ के ऋणेतर पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए । *2*

(ख) सेल्वी एक दुकान में जाती है और ₹ 27 के चावल खरीदती है । उसके पास 3 पाँच रुपये के सिक्के, 4 दो रुपये के सिक्के और 6 एक रुपये के सिक्के हैं । वह कितने तरीकों से दुकानदार को पैसे दे सकती है ? जनक फलनों का प्रयोग करते हुए हल ज्ञात कीजिए । *8*

6. (क) न्यूनतम वर्णों का प्रयोग करते हुए, निम्नलिखित ग्राफ़ के शीर्ष और कोर रंजन बताइए । अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । *3*



(ख) यदि चार-अंक की एक संख्या यादृच्छया चुनी जाती है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि उसके अंकों का गुणनफल 9 है ? *3*

(ग) एक कोचिंग एकेडमी में 200 विद्यार्थी हैं । उनमें से 100 अंग्रेज़ी पढ़ते हैं, 90 हिन्दी और 80 तमिल पढ़ते हैं । उनमें से 60 अंग्रेज़ी और तमिल दोनों, 50 अंग्रेज़ी और हिन्दी दोनों और 40 हिन्दी और तमिल दोनों पढ़ते हैं । इनमें से 25 तीनों भाषाएँ पढ़ते हैं । ऐसे विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए जो इनमें से कोई भी तीनों भाषा नहीं पढ़ते । 4

7. (क) निम्नलिखित कथन को संयुक्त कथन के रूप में लिखिए :

"यदि तापमान 0°C से कम है और इसका निहितार्थ है कि कोई भी फुटबाल खेलने नहीं जा सकता है, तब कोई फुटबाल खेलने नहीं जा सकता ।"

क्या यह कथन सर्वसत्य कथन है ? अपने उत्तर के कारण बताइए । 3

(ख) अंत:सर्पी योगफल विधि से निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए : 3

$$b_n - b_{n-1} = n(n!), \ (n \geq 1) \text{ और } b_0 = 0$$

(ग) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित ग्राफ़ों में पूर्ण सुमेलन है या नहीं : 4