

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2017**

**(APPLICATION ORIENTED COURSE)**

**AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH**

*Time : 2 hours*

*Maximum Marks : 50*

*(Weightage : 70%)*

---

**Note :** *Question no. 1 is compulsory. Attempt any four questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.*

---

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. 10
- (a) The optimal solution to an integer linear programming problem can be found by rounding off the optimal solution of its LP relaxation.
  - (b) The total number of possible sequences for processing 5 jobs on 4 machines is  $5^4$ .
  - (c) A two-dimensional linear programming problem can have at most 2 optimal solutions.
  - (d) For a queuing model  $(M/M/1) : (GD/\infty/\infty)$ , if the service rate  $\mu$  increases, the expected number of customers in the system decreases.

- (e) In the inventory model with finite replenishment rate, if the replenishment rates and consumption rates are equal, then the holding cost is 0.

2. (a) Using the simplex method, solve the following LPP :

5

$$\text{Min } z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$$

subject to

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

- (b) A book binder has one printing press, one binding machine and manuscripts of seven different books. The time required for performing printing and binding operations for different books are shown below :

Book	Printing time (Days)	Binding time (Days)
1	20	25
2	90	60
3	80	75
4	20	30
5	120	90
6	15	35
7	65	50

Find the optimum sequence for processing the jobs, which minimizes the total time required. Also, compute the optimal time.

5

3. (a) The time taken (in hours) by four different machines for completing four different jobs is given below :

		Machines			
		A	B	C	D
Jobs	I	12	30	21	15
	II	18	13	9	31
	III	44	30	24	21
	IV	23	30	28	14

Solve the assignment problem and find the optimal time taken to finish the jobs. 5

- (b) Customers arrive at a single window server according to a Poisson distribution with mean 10 minutes, and the service time is exponential with mean 6 minutes per customer. Find the following : 5

- (i) Expected number of customers in the system.
- (ii) Expected number of customers in the queue.
- (iii) Variance of the queue length.

4. (a) Write the canonical form of the following LPP :

$$\text{Min } z = 5x_1 - 6x_2 + 4x_3$$

subject to

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$

$x_1, x_2 \geq 0$ ,  $x_3$  unrestricted in sign. Also, write its dual. 5

- (b) The yearly demand for an item is 100 units, ordering cost is ₹ 16 per order and the inventory carrying cost is ₹ 0.5. The purchase price is ₹ 2 per item, if the number of items purchased is less than 300 and it is ₹ 1 if the number of items purchased is 300 or more. Determine the optimum order quantity.

5

5. (a) Solve the ILPP given below by graphical method :

5

$$\text{Max } 3x_1 + 4x_2$$

subject to

$$3x_1 - x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 11x_2 \leq 66$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (b) Find an initial basic feasible solution using Vogel's approximation method and hence find an optimum transportation schedule for the following data :

5

		Destinations			Capacity
		A	B	C	
Sources	I	10	7	8	45
	II	15	12	9	15
	III	7	8	12	40
Demand		25	55	20	

6. (a) The job, predecessors of the jobs and duration of the jobs, in a project are given below :

<i>Job</i>	<i>Immediate Predecessor (D)</i>	<i>Duration (in days)</i>
A	-	15
B	A	10
C	A	12
D	B	5
E	C	16
F	D	8

Draw the network diagram. Find the critical path and the optimal duration for completing the project.

6

- (b) Three custom officers separately check the luggages of the passengers at an airport. The passengers arrive at an average rate of five per hour. The time a custom officer spends with a passenger is exponentially distributed, with mean service time 24 minutes. Find the probability that all the custom officers are idle. Also, find the probability that there are exactly 2 customers in the queue.

4

7. (a) A diet for a sick person must contain at least 4000 units of vitamins, 50 units of minerals and 1400 calories. Two foods A and B are available at a cost of ₹ 4 and ₹ 3 per unit, respectively. If one unit of food A contains 200 units of vitamins, 1 unit of mineral and 40 calories, and one unit of food B contains 100 units of vitamins, 2 units of minerals and 40 calories, find the combination of foods A and B to be used to minimise the cost of the diet, using graphical method. 6
- (b) In an automobile company, the daily production of scooters varies from 146 to 154, depending upon the availability of raw materials and other conditions, as shown below :

<i>Production per day</i>	<i>Probability</i>
146	0.04
147	0.09
148	0.12
149	0.14
150	0.11
151	0.10
152	0.20
153	0.12
154	0.08

Use the following random numbers

80, 76, 43, 18, 65, 61, 57

to simulate the process to find out the average number of scooters manufactured daily. 4

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2017

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)  
ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए।

10

(क) एक पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का इष्टतम हल इसकी छूट के साथ LP के इष्टतम हल को निकटतम पूर्णांक बिंदु तक पूर्ण करने पर प्राप्त किया जा सकता है।

(ख) 4 मशीनों पर 5 जॉबों के प्रक्रम के लिए संभावित अनुक्रमों की कुल संख्या  $5^4$  है।

(ग) एक द्वि-विमीय रैखिक प्रोग्रामन समस्या के अधिकतम 2 इष्टतम हल हो सकते हैं।

(घ) पंक्ति निदर्श (M/M/1) : (GD/∞/∞) के लिए, यदि सेवा दर  $\mu$  में वृद्धि होती है, तो प्रणाली में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या कम हो जाती है।

(ड) परिमित पुनःपूर्ति दर वाले मालसूची निदर्श में, यदि पुनःपूर्ति दरें और उपभोग दरें बराबर होती हैं, तो धारण लागत 0 होगी ।

2. (क) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए : 5

$z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$  का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

(ख) एक जिल्दसाज़ के पास एक प्रिंटिंग प्रेस, एक जिल्द चढ़ाने वाली मशीन और सात अलग-अलग पुस्तकों की हस्तलिपियाँ हैं । अलग-अलग पुस्तकों की प्रिंटिंग (मुद्रण) और जिल्द चढ़ाने संबंधी संक्रियाओं के लिए अपेक्षित समय नीचे दर्शाए गए हैं :

पुस्तक	मुद्रण समय (दिनों में)	जिल्दसाज़ कार्य में समय (दिनों में)
1	20	25
2	90	60
3	80	75
4	20	30
5	120	90
6	15	35
7	65	50

कुल अपेक्षित समय को न्यूनतम करने के लिए जॉबों के प्रक्रम का इष्टतम अनुक्रम ज्ञात कीजिए । अपेक्षित इष्टतम समय भी परिकलित कीजिए ।

5



3. (क) चार अलग-अलग जॉबों को पूरा करने के लिए चार अलग-अलग मशीनों द्वारा लिया गया समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

		मशीन			
		A	B	C	D
जॉब	I	12	30	21	15
	II	18	13	9	31
	III	44	30	24	21
	IV	23	30	28	14

नियतन समस्या हल कीजिए और जॉब पूरी करने के लिए लिया गया इष्टतम समय ज्ञात कीजिए ।

5

- (ख) एकल खिड़की वाले सेवक (सर्वर) में ग्राहक प्वासों बंटन के अनुसार पहुँचते हैं, जिनका माध्य 10 मिनट है, और सेवा-काल चरघातांकीय है जिसका माध्य 6 मिनट प्रति ग्राहक है । निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

5

- (i) प्रणाली में आने वाले ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या ।  
(ii) पंक्ति में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या ।  
(iii) पंक्ति की लंबाई का प्रसरण ।

4. (क) निम्नलिखित LPP को विहित रूप में लिखिए :

$z = 5x_1 - 6x_2 + 4x_3$  का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$

$x_1, x_2 \geq 0, x_3$  चिह्न में अप्रतिबंधित है । इसकी द्वैती भी लिखिए ।

5

(ख) एक वस्तु की वार्षिक माँग 100 इकाइयाँ है, ऑर्डर लागत ₹ 16 प्रति ऑर्डर है और मालसूची धारण लागत ₹ 0.5 है। यदि 300 से कम वस्तुएँ खरीदी जाती हैं, तो प्रति वस्तु खरीद मूल्य ₹ 2 है और यदि 300 या उससे ज्यादा वस्तुएँ खरीदी जाती हैं, तो यह लागत ₹ 1 है। इष्टतम ऑर्डर मात्रा निर्धारित कीजिए। 5

5. (क) ग्राफीय विधि से निम्नलिखित ILPP को हल कीजिए : 5

$$3x_1 + 4x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$3x_1 - x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 11x_2 \leq 66$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(ख) वोगेल-सन्निकटन विधि का प्रयोग करके प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल निकालिए और इस प्रकार निम्नलिखित आँकड़ों की इष्टतम परिवहन तालिका का हल ज्ञात कीजिए : 5

		गंतव्य			
		A	B	C	क्षमता
स्रोत	I	10	7	8	45
	II	15	12	9	15
	III	7	8	12	40
माँग		25	55	20	

6. (क) एक परियोजना में जॉब, जॉबों के पूर्वगों और जॉबों की अवधि नीचे दी गई हैं :

जॉब	निकटतम पूर्ववर्ती (D)	अवधि (दिनों में)
A	-	15
B	A	10
C	A	12
D	B	5
E	C	16
F	D	8

नेटवर्क आरेख बनाइए। इस परियोजना को पूरा करने के लिए क्रांतिक पथ और इष्टतम अवधि ज्ञात कीजिए।

6

- (ख) एक एयरपोर्ट पर तीन कस्टम अधिकारी यात्रियों के सामान की अलग-अलग जाँच कर रहे हैं। यात्री प्रति घंटे में पाँच की औसत दर से पहुँचते हैं। एक यात्री के सामान की जाँच करने में एक कस्टम अधिकारी द्वारा लिया गया समय चरघातांकीय बंटित है, जिसका माध्य सेवा-काल 24 मिनट है। सभी कस्टम अधिकारियों के निष्क्रिय रहने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। पंक्ति में ठीक-ठीक 2 ग्राहक हैं, इसकी प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए।

4

7. (क) एक बीमार व्यक्ति के आहार में कम-से-कम 4000 इकाइयाँ विटामिन, 50 इकाइयाँ खनिज-लवण और 1400 कैलोरियाँ होना ज़रूरी है। दो आहार A और B क्रमशः ₹ 4 और ₹ 3 से प्रति इकाई की लागत पर उपलब्ध हैं। यदि आहार A की एक इकाई में 200 इकाइयाँ विटामिन, 1 इकाई खनिज-लवण और 40 कैलोरियाँ हैं, और आहार B की एक इकाई में 100 इकाइयाँ विटामिन, 2 इकाइयाँ खनिज-लवण और 40 कैलोरियाँ हैं, ग्राफीय विधि का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि लागत न्यूनतम करने के लिए आहार A और B के किस सम्मिश्रण का प्रयोग किया जाना चाहिए। 6

(ख) एक ऑटोमोबाइल कम्पनी में, स्कूटरों का दैनिक उत्पादन कच्चे माल की उपलब्धता और अन्य स्थितियों के आधार पर 146 से 154 के बीच होता है, जैसा कि नीचे चार्ट में दिखाया गया है :

प्रतिदिन उत्पादन	प्रायिकता
146	0.04
147	0.09
148	0.12
149	0.14
150	0.11
151	0.10
152	0.20
153	0.12
154	0.08

प्रतिदिन निर्मित होने वाले स्कूटरों की औसत संख्या ज्ञात करने के लिए प्रक्रम को अनुकरित करने के लिए निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं का प्रयोग कीजिए। 4

80, 76, 43, 18, 65, 61, 57