# BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.) 

Term-End Examination

December, 2015

## ロロEZ4

## PHYSICS <br> PHE-06 : THERMODYNAMICS AND STATISTICAL MECHANICS

Time: 2 hours

Maximum Marks : 50
Note: All questions are compulsory but internal choices are given. You can use non-scientific calculator or log table. Symbols have their usual meanings, unless stated otherwise. Marks are indicated against each question.

1. Answer any three parts :
$3 \times 5=15$
(a) The coefficient of viscosity of helium at $27^{\circ} \mathrm{C}$ is $2 \times 10^{-4}$ poise. If the gas molecules have mass $6.67 \times 10^{-27} \mathrm{~kg}$ and move with average speed $1.26 \times 10^{3} \mathrm{~ms}^{-1}$, calculate the diameter of a helium molecule.
(b) The efficiency of a Carnot engine operating between temperatures $T_{1}$ and $T_{2}$ is $1 / 6$. If the temperature of the sink is lowered by $62^{\circ} \mathrm{C}$, its efficiency doubles. Calculate the temperatures of the source and sink.
(c) A certain mass of an ideal gas at $27^{\circ} \mathrm{C}$ and 8 atm pressure is expanded suddenly to four times its initial volume. Calculate the final pressure as well as temperature of the gas. Take $\gamma=1.5$.
(d) The spectral energy curve of the moon shows maxima at 470 nm and $14 \mu \mathrm{~m}$. Calculate the corresponding temperatures. What conclusions can you draw from this data? Take $b=2.892 \times 10^{-3} \mathrm{~m}-\mathrm{K}$.
2. One mole of an ideal gas is made to undergo a quasi-static adiabatic change. The pressure and temperature of the gas are related through $\mathrm{T}^{\gamma} \mathrm{p}^{1-\gamma}=$ constant. Use this result to obtain an expression for adiabatic lapse rate.

## OR

The work done by hydrostatic pressure is defined as $W=\int_{V_{1}}^{V_{2}} p d V$. If $n$ moles of an ideal gas are made to undergo isothermal process, calculate the work done.
3. (a) For two (or more) phases of one-component system to exist in equilibrium, the specific Gibbs potential must be equal. Use this fact to derive Clausius - Clapeyron equation and discuss why food cooks more efficiently in a pressure cooker.
(b) 'What is Joule-Thomson effect ? Discuss qualitatively, how it is used to produce low temperatures.
$1+3=4$
4. What do you understand by the term Transport Phenomena ? Define coefficient of viscosity. Assume that (i) each molecule makes its last collision at two-third mean free path above or below an imaginary surface and (ii) the number of particles crossing this plane from either side per unit area per second is $\frac{1}{4} n \overline{\mathrm{v}}$. Obtain an expression for $\eta$. Discuss its pressure and temperature dependence. $2+2+4+2=10$

## OR

What is Brownian motion ? Discuss its characteristics. For one-dimensional Brownian motion, show that diffusion coefficient is connected to displacement $s$ of a particle in time $t$ through the relation $D_{=}=\frac{\mathrm{s}^{2}}{\mathrm{t}} . \quad 2+3+5=10$
5. (a) Define entropy. Show that the change in the entropy during mixing of two gases is given by

$$
\Delta \mathrm{S}_{\operatorname{mix}}=-\mathrm{n}_{1} \mathrm{R} \ln \mathrm{x}_{1}-\mathrm{n}_{2} \mathrm{R} \ln \mathrm{x}_{2}
$$

where $x_{1}$ and $x_{2}$ are the mole fractions while $\mathrm{n}_{1}$ and $\mathrm{n}_{2}$ are number of moles of the two gases.
$1+4=5$
(b) Show that Fermi energy at absolute zero temperature is given by

$$
\begin{equation*}
E_{F}=\frac{h^{2}}{2 m}\left(\frac{3 N}{8 \pi V}\right)^{2 / 3} \tag{5}
\end{equation*}
$$

## OR

What is Gibbs paradox? Derive Sakür - Tetrode equation starting from the expression for thermodynamic probability. Show that it is free from Gibbs paradox. Assume that N-particle partition function is given by
$1+4+5=10$

$$
\mathrm{Z}_{\mathrm{N}}=\mathrm{V}^{\mathrm{N}}\left(\frac{\mathrm{mk}_{\mathrm{B}} \mathrm{~T}}{2 \pi \hbar^{2}}\right)^{3 \mathrm{~N} / 2}
$$

## पी.एच.ई.-06

## विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

 सत्रांत परीक्षादिसम्बर, 2015
भौतिक विज्ञान

## पी.एच.ई.-06 : ऊष्मागतिकी तथा सांख्यिकीय यांत्रिकी

## समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं परन्तु आंतरिक विकल्य दिए गए हैं । आप अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर अथवा लॉग सारणी का प्रयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए : $3 \times 5=15$
(क) $27^{\circ} \mathrm{C}$ तापमान पर हीलियम का श्यानता गुणांक $2 \times 10^{-4}$ poise है। यदि गैस के अणुओं का द्रव्यमान $6.67 \times 10^{-27} \mathrm{~kg}$ हो और वे $1.26 \times 10^{3} \mathrm{~ms}^{-1}$ की औसत चाल से भ्रमण करते हों, तो हीलियम के अणु का व्यास परिकलित कीजिए।
(ख) $\mathrm{T}_{1}$ और $\mathrm{T}_{2}$ तापमानों के मध्य कार्यशील कार्नो इंजन की दक्षता $1 / 6$ है । यदि अभिगम के तापमान को $62^{\circ} \mathrm{C}$ घटा दिया जाता है, तो इसकी दक्षता दुगुनी हो जाती है । स्रोत एवं अभिगम के तापमान परिकलित कीजिए।
(ग) एक आदर्श गैस का कुछ द्रव्यमान $27^{\circ} \mathrm{C}$ तथा 8 atm दाब पर है। अचानक इसका आयतन प्रारम्भिक आयतन से चार गुना प्रसारित हो जाता है। गैस का अन्तिम दाब तथा तापमान परिकलित कीजिए। $\gamma=1.5$ लीजिए।
(घ) चन्द्रमा से प्राप्त स्पेक्ट्रमी ऊर्जा वक्र में उच्चिष्ठ 470 nm तथा $14 \mu \mathrm{~m}$ पर प्राप्त होते हैं । इनके संगत तापमान परिकलित कीजिए। इन आंकड़ों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं ? $\mathrm{b}=2.892 \times 10^{-3} \mathrm{~m}-\mathrm{K}$ लीजिए।
2. एक मोल आदर्श गैस का स्थैतिककल्प रुद्धोष्म रूपान्तरण होता है । इस गैस के दाब एवं तापमान $\mathrm{T}^{\gamma} \mathrm{p}^{1-\gamma}=$ अचर सम्बन्ध से जुड़े हैं। इस परिणाम का प्रयोग कर रुद्धोष्म ह्रास दर का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

अथवा
द्रवस्थैतिक दाब द्वारा किए गए कार्य को निम्नवत् परिभाषित किया जाता है :

$$
\mathrm{W}=\int_{\mathrm{V}_{1}}^{\mathrm{V}_{2}} \mathrm{pdV}
$$

यदि एक आदर्श गैस के n मोल समतापी प्रक्रम से गुजरें तो किया गया कार्य परिकलित कीजिए।
3. (क) एक-घटकीय तंत्र के दो (या अधिक) प्रावस्थाओं के साम्य में रहने के लिए, विशिष्ट गिब्ज़ विभव समान रहना चाहिए । इस तथ्य का उपयोग कर क्लॉसियस - क्लैपेरॉन समीकरण व्युत्पन्न कीजिए और चर्चा कीजिए कि प्रेशर कुकर में भोजन जल्दी क्यों पक जाता है।
(ख) जूल - टॉमसन प्रभाव क्या है ? निम्न तापमान प्राप्त करने के लिए इसकी गुणात्मक चर्चा कीजिए। $\quad 1+3=4$
4. अभिगमन परिघटना शब्द से आप क्या समझते हैं ? श्यानता गुणांक परिभाषित कीजिए। मान लीजिए कि (i) प्रत्येक अणु अपना अन्तिम संघट्टन काल्पनिक पृष्ठ से ऊपर या नीचे, $\frac{2}{3} \lambda$ (माध्य मुक्त पथ) की दूरी पर करता है तथा (ii) इस समतल के दोनों ओर से प्रति इकाई क्षेत्रफल प्रति सेकण्ड पार करने वाले कणों की संख्या $\frac{1}{4} n \bar{v}$ है । $\eta$ का व्यंजक प्राप्त कीजिए। इसके दाब और तापमान पर निर्भरता की चर्चा कीजिए।

$$
2+2+4+2=10
$$

## अथवा

ब्राउनी गति क्या है ? इसके लक्षणों की चर्चा कीजिए । एक-विमीय ब्राउनी गति के लिए, सिद्ध कीजिए कि कण के विसरण गुणांक और विस्थापन $s$ के बीच सम्बन्ध निम्नलिखित है :

$$
\mathrm{D}=\frac{\mathrm{s}^{2}}{\mathrm{t}}
$$

जहाँ $t$ समय को निरूपित करता है ।
$2+3+5=10$
5. (क) एन्ट्रॉपी परिभाषित कीजिए । सिद्ध कीजिए कि दो गैसों के मिश्रण के प्रक्रम में एन्ट्रॉपी परिवर्तन का व्यंजक निम्नलिखित है :

$$
\Delta \mathrm{S}_{\text {mix }}=-\mathrm{n}_{1} \mathrm{R} \ln \mathrm{x}_{1}-\mathrm{n}_{2} \mathrm{R} \ln \mathrm{x}_{2}
$$

जहाँ $x_{1}$ तथा $x_{2}$ मोल अंश हैं और $n_{1}$ तथा $n_{2}$ दो गैसों की मोल संख्याएँ हैं । $1+4=5$
(ख) सिद्ध कीजिए कि परम शून्य तापमान पर फर्मी ऊर्जा का व्यंजक निम्नलिखित है :

$$
E_{F}=\frac{h^{2}}{2 m}\left(\frac{3 N}{8 \pi V}\right)^{2 / 3}
$$

## अथवा

गिब्ज़ विरोधाभास क्या है ? सकर - टैट्रोड समीकरण को ऊष्मागतिकी प्रायिकता के व्यंजक से प्रारम्भ कर व्युत्पन्न कीजिए । सिद्ध कीजिए कि यह गिब्ज़ विरोधाभास से मुक्त है । मान लीजिए कि N -कण विभाजन फलन है : $\quad 1+4+5=10$

$$
\mathrm{Z}_{\mathrm{N}}=\mathrm{V}^{\mathrm{N}}\left(\frac{\mathrm{~m} \mathrm{k}_{\mathrm{B}} \mathrm{~T}}{2 \pi \hbar^{2}}\right)^{3 \mathrm{~N} / 2}
$$

