

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)**Term-End Examination****December, 2015****PHYSICS****PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN****PHYSICS-II***Time : $1\frac{1}{2}$ hours**Maximum Marks : 25*

Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.

1. Answer any **three** parts :

3×4=12

- (a) Show that the function $z = \ln(x^2 + y^2)$ satisfies the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

- (b) Show that the following equation is exact and solve it :

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

(c) Solve the following differential equation :

$$y'' + 4y = 2 \sin x$$

(d) Solve :

$$y' + y \tan x = \sin 2x$$

(e) Reduce the Helmholtz equation

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y) + k^2 f(x, y) = 0$$

to two ODEs.

2. Write down the coupled differential equations for two identical pendulums, each having a mass m suspended on a rigid massless rod of length 1 m. The masses are connected by a spring of stiffness constant k . Uncouple these equations using suitable coordinates.

6

OR

Use power series method to solve the following equation :

6

$$(1 - x^2) y'' - 2xy' + 2y = 0$$

3. Expand

$$f(x) = x^2 \text{ for } -\pi \leq x \leq \pi$$

in a Fourier series.

7

OR

Solve the wave equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

under the conditions :

(i) $u = 0$, when $x = 0$ and $x = \pi$

(ii) $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, when $t = 0$ and

(iii) $u(x, 0) = x$, $0 < x < \pi$.

7

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2015

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए :

3×4=12

(क) सिद्ध कीजिए कि फलन $z = \ln(x^2 + y^2)$ निम्नलिखित

समीकरण को संतुष्ट करता है :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(ख) दिखाइए कि निम्नलिखित समीकरण यथातथ है और उसे

हल कीजिए :

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

(ग) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$y'' + 4y = 2 \sin x$$

(घ) हल कीजिए :

$$y' + y \tan x = \sin 2x$$

(ङ) हेल्महोल्ट्ज़ समीकरण

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y) + k^2 f(x, y) = 0$$

को दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए ।

2. ठीक एक जैसे दो लोलक हैं जिनमें से प्रत्येक में 1 m लम्बाई वाले एक दृढ़ भारहीन दंड से एक द्रव्यमान m लटका हुआ है । दोनों द्रव्यमान कमानी स्थािरांक k वाली एक कमानी से जुड़े हुए हैं । इस निकाय के लिए युग्मित अवकल समीकरण लिखिए । उपयुक्त निर्देशांक लेकर इन समीकरणों का वियुग्मन कीजिए । 6

अथवा

घात श्रेणी विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए : 6

$$(1 - x^2) y'' - 2xy' + 2y = 0$$

3. फलन

$$f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$$

के लिए फूरिये श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए ।

7

अथवा

तरंग समीकरण

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

का निम्नलिखित प्रतिबंधों के अंतर्गत, हल प्राप्त कीजिए :

(i) $u = 0$, $x = 0$ और $x = \pi$ के लिए

(ii) $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, $t = 0$ के लिए और

(iii) $u(x, 0) = x$, $0 < x < \pi$ के लिए ।

7
