

B.Sc. Examination, December, 2015

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

बी.एस सी. परीक्षा, दिसम्बर, 2015

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2015

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-ITime : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables or non-programmable calculators.

1. Attempt any **three** parts : 3×4=12

- (a) Determine the volume of a parallelepiped, whose three sides are given to be

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}, \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \text{ and}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}.$$

- (b) Show that $\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = (\vec{\nabla} \phi) \cdot \vec{A} + \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$
for a scalar field ϕ and a vector field $\vec{A}$.

- (c) Determine the values of the constants a, b and c such that the vector field

$$\vec{A} = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$$

is irrotational.

- (d) If $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$,

evaluate $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ along the straight line

paths from (0, 0, 0) to (1, 0, 0), then from (1, 0, 0) to (1, 1, 0), and then from (1, 1, 0) to (1, 1, 1).

- (e) If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, show that

$$\vec{\nabla} r^n = nr^{n-2}\vec{r}.$$

2. State divergence theorem. Using it, evaluate

$$\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \text{ where } \vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$$

and S is the surface of the cube bounded by the planes $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

5

OR

Using Green's theorem, evaluate

$$\oint_C [(3x + 4y)dx + (2x - 3y)dy] \quad \text{where } C \text{ is a}$$

circle of radius 2 with its centre at the origin of the xy plane.

5

3. There are two groups : a group of 5 boys and another of 10 girls. First, one of the groups – the boys or the girls – is selected. Then one child from among that group is selected. What is the probability that a girl will be selected ?

3

OR

A random variable X has the following density

$$\text{function } f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0 \end{cases}$$

Determine the variance of this distribution, given

that the mean is $\frac{1}{\alpha}$.

3

4. A mass M is suspended from the centre of a steel bar supported at its ends. The depression y is measured by means of a dial height indicator. The following readings are obtained :

M (kg)	0	1	2	3	4
y (μm)	1600	1300	950	600	250

Calculate the best value of the slope and the standard error of estimate for y .

5

OR

Two types of e-mails arrive independently and at random : external e-mails at a mean rate of one every five minutes and internal e-mails at a mean rate of two every five minutes. Calculate the probability of receiving two or more e-mails in any two-minute interval.

5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2015

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणियों या अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं ।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
तथा $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ एक समान्तर षट्फलक
की तीन भुजाएँ हैं । इसका आयतन ज्ञात कीजिए ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि एक अदिश क्षेत्र ϕ और एक सदिश क्षेत्र $\vec{A}$ के लिए

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = (\vec{\nabla} \phi) \cdot \vec{A} + \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}).$$

- (ग) अक्षर a , b और c के वे मान निर्धारित कीजिए जिनके लिए निम्नलिखित सदिश क्षेत्र अघूर्णी हो :

$$\vec{A} = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}.$$

- (घ) यदि $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$ है,

तो समाकल $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ परिकलित कीजिए जहाँ C

सरल रेखीय पथ है जो $(0, 0, 0)$ से $(1, 0, 0)$ तक, फिर $(1, 0, 0)$ से $(1, 1, 0)$, और फिर $(1, 1, 0)$ से $(1, 1, 1)$ तक जाता है ।

- (ङ) यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{\nabla} r^n = nr^{n-2} \vec{r}.$$

2. अपसरण (डाइवर्जेंस) प्रमेय का कथन लिखिए । इसका प्रयोग

करते हुए, $\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ का मान परिकलित कीजिए

जहाँ $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$ है और S एक घन का पृष्ठ है जो समतलों $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$ द्वारा परिबद्ध है ।

5

अथवा

ग्रीन प्रमेय की सहायता से

$$\oint_C [(3x + 4y) dx + (2x - 3y) dy] \text{ का मान परिकलित}$$

कीजिए जहाँ C एक ऐसा वृत्त है जिसकी त्रिज्या 2 है और उसका केन्द्र, xy समतल के मूल-बिन्दु पर है ।

5

3. बच्चों के दो समूह हैं : एक समूह में 5 लड़के हैं और दूसरे में 10 लड़कियाँ । पहले एक समूह - लड़कों का या लड़कियों का - चुना जाता है । उसके बाद उस समूह में से एक बच्चे को चुना जाता है । चुने गए बच्चे के लड़की होने की प्रायिकता क्या होगी ?

3

अथवा

एक यादृच्छिक चर X का घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0 \end{cases}$$

इस बंटन का प्रसरण निर्धारित कीजिए, दिया गया है कि माध्य $\frac{1}{\alpha}$ है ।

3

4. अपने सिरों पर आलंबित इस्पात के छड़ के केन्द्र से एक द्रव्यमान M लटकाया गया है। एक डायल ऊँचाई सूचक की सहायता से दंड के अवनमन y को मापने पर निम्नलिखित पाठ्यांक प्राप्त होते हैं :

M (kg)	0	1	2	3	4
y (μm)	1600	1300	950	600	250

y के लिए प्रवणता का श्रेष्ठतम मान और आकल की मानक त्रुटि परिकलित कीजिए।

5

अथवा

स्वतंत्र और यादृच्छिक रूप से दो प्रकार के ई-मेल आते हैं : प्रति पाँच मिनट पर एक की औसत दर से बाह्य ई-मेल और प्रति पाँच मिनट पर दो की औसत दर से आंतरिक ई-मेल। किसी भी दो मिनट के अंतराल में दो या दो से अधिक ई-मेल आने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

5