

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

December, 2015

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 5 is **compulsory**. Answer any **three** questions from questions no. 1 to 4. Use of calculators is **not** allowed.

1. (a) Let $y^2 = 4ax$ be a parabola and P be a point on it. Let the normal at P intersect the x-axis at Q. Draw a line at Q perpendicular to the above normal. Show that this line intersects the parabola $y^2 + 4a(x - 2a) = 0$. 3
- (b) Show that the coplanar points A(2, 3, 2), B(4, 7, 6), C(1, 2, 3), D(-1, -2, -1) form a parallelogram. 2

2. (a) Show that the point $(0, 3 + \sqrt{5})$ lies on the ellipse with foci $(2, 3)$ and $(-2, 3)$ and semi-major axis 3. 2
- (b) Show that the cone whose vertex is at the origin and which passes through the curve of intersection of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 3p^2$ and any plane which is at a distance 'p' from the origin has mutually perpendicular generators. 3
3. (a) Find the equations of the spheres which pass through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + z + 6 = 0$, $x - y = 0$ and touch the plane $z = 0$. 3
- (b) Identify the conicoid $1 + 2x^2 + 9y^2 = 3z^2$. Does the xy-plane intersect with it? Justify your answer. 2
4. (a) Find the new equation of straight line $2x + y = 5$ after rotating the axes through 45° . 2
- (b) Show that the conicoid $x^2 + 2y^2 + 2yz + 2x + 4y + 8z + 1 = 0$ is central. Find the new equation of the conicoid if the origin is shifted to its centre. 3

5. State whether the following statements are *true* or *false*. Justify your answer with a short-explanation or a counter-example. 10

- (a) The plane making intercept 1 at the z-axis and parallel to the xy-plane intersects the cone $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \theta$ in a circle.
- (b) There exists no line with $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}$ as direction cosines.
- (c) The curve $xy^2 + yx^2 = 0$ is symmetric about the origin.
- (d) The plane $3x + 4y + 2z = 1$ touches the conicoid $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$.
- (e) Non-degenerate conics are non-central.
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2015

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 5 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 1 से 4 में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटर्स के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. (क) मान लीजिए $y^2 = 4ax$ एक परवलय है और P इस पर एक बिन्दु है । मान लीजिए P पर अभिलम्ब x-अक्ष को Q पर काटता है । Q पर उपर्युक्त अभिलम्ब के लम्बवत् रेखा खींचिए । दर्शाइए कि यह रेखा परवलय $y^2 + 4a(x - 2a) = 0$ को काटती है । 3
- (ख) दिखाइए कि समतलीय बिन्दु $A(2, 3, 2)$, $B(4, 7, 6)$, $C(1, 2, 3)$, $D(-1, -2, -1)$ एक समान्तर चतुर्भुज को निरूपित करते हैं । 2

2. (क) दिखाइए कि बिन्दु $(0, 3 + \sqrt{5})$, नाभियों $(2, 3)$ और $(-2, 3)$ तथा अर्ध-दीर्घ अक्ष 3 वाले दीर्घवृत्त पर स्थित है । 2
- (ख) दिखाइए कि शंकु जिसका शीर्ष मूल-बिन्दु पर है और जो गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 3p^2$ तथा मूल-बिन्दु से 'p' दूरी पर स्थित समतल के प्रतिच्छेद वक्र से होकर गुजरता है, उसके परस्पर लम्ब जनक होते हैं । 3
3. (क) वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + z + 6 = 0$, $x - y = 0$ से गुजरने वाले तथा समतल $z = 0$ को स्पर्श करने वाले गोलों के समीकरण ज्ञात कीजिए । 3
- (ख) शांकवज $1 + 2x^2 + 9y^2 = 3z^2$ को पहचानिए । क्या xy -समतल इसे प्रतिच्छेदित करता है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । 2
4. (क) अक्षों को 45° से घुमाने पर सरल रेखा $2x + y = 5$ का नया समीकरण ज्ञात कीजिए । 2
- (ख) दिखाइए कि शांकवज
- $$x^2 + 2y^2 + 2yz + 2x + 4y + 8z + 1 = 0$$
- केन्द्रीय है । यदि मूल-बिन्दु को इसके केन्द्र पर स्थानान्तरित कर दिया जाए तो इस शांकवज का नया समीकरण ज्ञात कीजिए । 3

5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य ।
अपने उत्तर की लघु-व्याख्या या प्रत्युदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए ।

10

(क) z -अक्ष पर अंतःखण्ड 1 बनाने वाला तथा xy -तल के समान्तर समतल, शंकु $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \theta$ को एक वृत्त में प्रतिच्छेदित करता है ।

(ख) ऐसी कोई रेखा नहीं होती जिसकी दिक्कोज्याएँ $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{6}}$ हों ।

(ग) वक्र $xy^2 + yx^2 = 0$ मूल-बिन्दु के सापेक्ष सममित है ।

(घ) समतल $3x + 4y + 2z = 1$ शांकवज

$3x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ को स्पर्श करता है ।

(ङ) अनपभ्रष्ट शांकव अकेन्द्रीय होते हैं ।