# BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP) 

Term-End Examination
December, 2015

## (APPLICATION ORIENTED COURSE) AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH

Time: 2 hours

Maximum Marks : 50
(Weightage : 70\%)
Note: Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are True and which are False ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. $\quad 5 \times 2=10$
(a) In an inventory model, the economic order quantity decreases with the increase in the shortage cost.
(b) In any assignment problem, the optimal assignments are always along the main diagonal.
(c) A bound obtained by the branch-and-bound technique may not necessarily give a feasible point of the Integer Programming Problem.
(d) The union of any two convex sets is convex.
(e) In a queueing model, the arrival rate equals the mean of the exponential inter-arrival time.
2. (a) In the Central Railway Station, customers arrive at a counter following a Poisson distribution with an average time of five minutes between two arrivals. The time taken to process the ticket is on an average three minutes and it follows an exponential distribution. What is the probability that the counter is busy ? What is the average waiting time of customer in queue?
(b) A firm manufacturing a single product has three Plants I, II and III. Find the minimum possible transportation cost of shifting the manufactured product to the five customers. The net unit cost (in ₹) of transporting from the three plants to the five customers is given below :

| Plants | Customer |  |  |  |  | Supply |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | A | B | C | D | E |  |
|  | 4 | 1 | 2 | 1 | 3 | 30 |
|  | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 40 |
|  | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 | 30 |
| Demand | 10 | 5 | 25 | 35 | 25 |  |

3. (a) The daily demand for an item is 5000 units. Every time an order is placed, a fixed cost of ₹ 16 is incurred. Each unit costs ₹ 20 and the daily inventory carrying charge is $20 \%$. Compute EOQ and the total variable cost.
(b) A small project consists of seven activities for which the relevant data is given below :

| Activity | Preceding <br> activities | Activity duration <br> (in days) |
| :---: | :---: | :---: |
| A | - | 4 |
| B | - | 7 |
| C | - | 6 |
| D | A, B | 5 |
| E | A, C | 7 |
| F | C, D, E | 6 |
| G | C, D, E | 5 |

(i) Draw the network and find the project's completion time.
(ii) Find the critical path.
4. (a) Use the dual simplex method to solve the following L.P.P.

Maximize $\mathrm{z}=-2 \mathrm{x}_{1}-\mathrm{x}_{3}$
subject to

$$
\begin{aligned}
& x_{1}+x_{2}-x_{3} \geq 5 \\
& x_{1}-2 x_{2}+4 x_{3} \geq 8 \\
& x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{aligned}
$$

(b) A company has six jobs to perform on machines $\mathrm{M}_{1}$ and $\mathrm{M}_{2}$. The time required for each job on each machine, in hours is given below :

|  | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $M_{1}$ | 13 | 12 | 6 | 4 | 9 | 6 |
| $M_{2}$ | 19 | 7 | 5 | 7 | 11 | 5 |

Draw a sequence table for the six jobs on the two machines. Find the total elapsed time.
5. (a) Examine whether the following problem has an optimal solution graphically :

Maximize $\mathrm{z}=6 \mathrm{x}_{1}-2 \mathrm{x}_{2}$
subject to

$$
\begin{array}{r}
x_{1}+x_{2} \geq 2 \\
x_{1}-x_{2} \leq 1 \\
3 x_{1}-x_{2} \leq 6 \\
x_{2} \geq 1 \\
x_{1}, x_{2} \geq 0
\end{array}
$$

(b) Suggest optimum assignment of four workers A, B, C and D to four jobs I, II, III and IV. The time taken by different workers in completing the different jobs is given below :

|  |  | Job |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  |  | I | II | III | IV |
| Worker | A | 8 | 9 | 4 | 8 |
|  | B | 11 | 12 | 6 | 10 |
|  | C | 9 | 7 | 12 | 9 |
|  | D | 15 | 5 | 2 | 16 |

6. (a) A bank has two tellers working on saving accounts. The first teller handles withdrawals only. The second teller handles deposits only. It has been found that the service time distribution, both for the deposits and withdrawals, is exponentially distributed with mean service time three minutes per customer. Depositors are found to arrive according to Poisson distribution throughout the day with a mean arrival rate of 16 per hour. Withdrawers also arrive according to Poisson distribution with a mean arrival rate of 14 per hour. What would be the effect on the average waiting time for depositors and withdrawers if each teller could handle both withdrawals and deposits?
(b) Find the shortest path from city " 0 " to city " 6 " in the following network design : 5

7. (a) A confectioner keeps stock of items. Past data of demand per week with associated probabilities is as follows :

| Demand/week | Probability |
| :---: | :---: |
| 0 | 0.01 |
| 10 | 0.20 |
| 20 | 0.15 |
| 30 | 0.50 |
| 40 | 0.14 |

Use the following sequence of random numbers to simulate the demand for next five weeks :

$$
44,23,10,72,85
$$

(b) Find the dual of the following Linear Programming Problem : 5
Minimize $\mathrm{z}=2 \mathrm{x}_{1}+3 \mathrm{x}_{2}+4 \mathrm{x}_{3}$
subject to

$$
\begin{aligned}
& 12 x_{1}-8 x_{2} \geq 4 \\
& x_{1}+x_{2} \geq 8 \\
& 8 x_{1}+x_{3} \geq 12 \\
& x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{aligned}
$$

# स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.) 

## सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2015

## (व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे
अधिकतम अंक : 50
(कुल का : 70\%)
नोट: प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए।
(क) एक मालसूची निदर्श में, आर्थिक ऑर्डर मात्रा, कमी लागत में वृद्धि होने पर कम होती है।
(ख) किसी भी नियतन समस्या में, इष्टतम नियतन हमेशा मुख्य विकर्ण के अनुदिश होते हैं ।
(ग) शाखा और परिबंध विधि द्वारा प्राप्त परिबंध, पूर्णांक प्रोग्रामन समस्या का एक सुसंगत बिन्दु अनिवार्य रूप से नहीं देता है।
(घ) किन्हीं दो अवमुख समुच्चयों का सम्मिलन अवमुख होता है ।
(ङ) पंक्ति निदर्श में, आगमन दर चरघातांकीय अंतर-आगमन समय के माध्य के बराबर होती है ।
2. (क) एक केन्द्रीय रेलवे स्टेशन पर, उपभोक्ता एक काउंटर पर दो आगमन के बीच पाँच मिनट के औसतन समय वाले प्वासों बंटन के अनुसार पहुँचते हैं। टिकट की प्रक्रिया में औसतन तीन मिनट का समय लगता है और यह चरघातांकीय बंटन में है । काउंटर के व्यस्त होने की प्रायिकता क्या है ? पंक्ति में उपभोक्ता का औसत प्रतीक्षा काल क्या है ?
(ख) एक एकल उत्पाद को बनाने वाली फर्म के तीन प्लांट $I$, II और III हैं । बने हुए उत्पादों को पाँच उपभोक्ताओं तक पहुँचाने की न्यूनतम संभावित परिवहन लागत निकालिए । तीनों प्लांटों से पाँचों उपभोक्ताओं तक उत्पाद पहुँचाने में लगी निवल इकाई लागत (₹ में) निम्नलिखित सारणी में दी गई है :

| प्लांट | उपभोक्ता |  |  |  |  | पूर्ति |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | A | B | C | D | E |  |
|  | 4 | 1 | 2 | 1 | 3 | 30 |
|  | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 40 |
|  | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 | 30 |
| माँग | 10 | 5 | 25 | 35 | 25 |  |

3. (क) एक उत्पाद की दैनिक माँग 5000 इकाई है । प्रत्येक ऑर्डर के समय एक निश्चित लागत ₹ 16 आती है । प्रत्येक इकाई की लागत ₹ 20 और दैनिक मालसूची की रखाव लागत $20 \%$ है । EOQ और कुल परिवर्ती लागत परिकलित कीजिए ।
(ख) एक छोटी परियोजना की सात गतिविधियाँ हैं जिनके लिए सुसंगत आँकड़े निम्नलिखित हैं :

| गतिविधि | पूर्ववर्ती <br> गतिविधियाँ | गतिविधि अवधि <br> (दिनों में) |
| :---: | :---: | :---: |
| A | - | 4 |
| B | - | 7 |
| C | - | 6 |
| D | A, B | 5 |
| E | A, C | 7 |
| F | C, D, E | 6 |
| G | C, D, E | 5 |

(i) नेटवर्क आरेखित कीजिए और परियोजना के पूरा होने की अवधि निकालिए।
(ii) क्रांतिक पथ ज्ञात कीजिए।
4. (क) निम्नलिखित L.P.P. को द्वैत एकधा विधि के प्रयोग से हल कीजिए :
$\mathrm{z}=-2 \mathrm{x}_{1}-\mathrm{x}_{3}$ का अधिकतमीकरण कीजिए
जबकि

$$
\begin{aligned}
& x_{1}+x_{2}-x_{3} \geq 5 \\
& x_{1}-2 x_{2}+4 x_{3} \geq 8 \\
& x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{aligned}
$$

(ख) एक कम्पनी के पास दो मशीनों $\mathrm{M}_{1}$ और $\mathrm{M}_{2}$ पर पूरा करने के लिए छह जॉब हैं । प्रत्येक मशीन पर प्रत्येक जॉब के लिए आवश्यक समय घंटों में निम्नलिखित है :

|  | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $M_{1}$ | 13 | 12 | 6 | 4 | 9 | 6 |
| $M_{2}$ | 19 | 7 | 5 | 7 | 11 | 5 |

दोनों मशीनों पर छह जॉब की अनुक्रम तालिका बनाइए। कुल प्रवाह (व्यतीत) समय ज्ञात कीजिए।
5. (क) ग्राफ़ीय विधि द्वारा जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समस्या का इष्टतम हल है या नहीं :
$\mathrm{z}=6 \mathrm{x}_{1}-2 \mathrm{x}_{2}$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$
\begin{array}{r}
x_{1}+x_{2} \geq 2 \\
x_{1}-x_{2} \leq 1 \\
3 x_{1}-x_{2} \leq 6 \\
x_{2} \geq 1 \\
x_{1}, x_{2} \geq 0
\end{array}
$$

(ख) चार कर्मचारियों $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ और D का चार जॉब $\mathrm{I}, \mathrm{II}$, III और IV पर इष्टतम नियतन सुझाइए । विभिन्न कर्मचारियों द्वारा विभिन्न जॉब को पूरा करने में लगा समय निम्नलिखित है :

|  |  | जॉब |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  |  | I | II | III | IV |
| कर्मचारी | A | 8 | 9 | 4 | 8 |
|  | B | 11 | 12 | 6 | 10 |
|  | C | 9 | 7 | 12 | 9 |
|  | D | 15 | 5 | 2 | 16 |

6. (क) एक बैंक में दो टैलर बचत खातों के लिए काम कर रहे हैं । पहला टैलर केवल पैसे निकालने सम्बन्धी कार्य करता है । दूसरा टैलर केवल पैसा जमा करने सम्बन्धी कार्य करता है । यह पाया गया कि पैसे जमा करने और निकालने दोनों का सेवा-काल माध्य तीन मिनट प्रति उपभोक्ता सेवा-काल वाला चरघातांकीय बंटन है । जमाकर्ता दिन भर माध्य 16 प्रति घंटे की आगमन दर वाले प्वासों बंटन के अनुसार पहुँचते हैं। पैसा निकालने वाले भी माध्य 14 प्रति घंटे की आगमन दर वाले प्वासों बंटन के अनुसार पहुँचते हैं । यदि प्रत्येक टैलर पैसे जमा करने और निकालने के दोनों काम करते हैं तो जमाकर्ताओं और पैसा निकालने वालों के औसतन प्रतीक्षा समय पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?
(ख) निम्नलिखित नेटवर्क चित्र से नगर " 0 " से नगर " 6 " तक का लघुतम पथ ज्ञात कीजिए :

7. (क) एक हलवाई उत्पादों का स्टॉक रखता है । प्रति सप्ताह माँग और उसकी प्रायिकताओं से सम्बन्धित पिछले आँकड़े निम्नलिखित हैं :

| माँग/सप्ताह | प्रायिकता |
| :---: | :---: |
| 0 | 0.01 |
| 10 | 0.20 |
| 20 | 0.15 |
| 30 | 0.50 |
| 40 | 0.14 |

यादृच्छिक संख्याओं के निम्नलिखित अनुक्रम का प्रयोग करके अगले पाँच सप्ताह की माँग को अनुकरित कीजिए :
$44,23,10,72,85$
(ख) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्राम्न समस्या की द्वैती ज्ञात कीजिए :
$\mathrm{z}=2 \mathrm{x}_{1}+3 \mathrm{x}_{2}+4 \mathrm{x}_{3}$ का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$
\begin{aligned}
12 x_{1}-8 x_{2} & \geq 4 \\
x_{1}+x_{2} & \geq 8 \\
8 x_{1}+x_{3} & \geq 12 \\
x_{1}, x_{2}, x_{3} & \geq 0 .
\end{aligned}
$$

