02282

No. of Printed Pages : 15

PHE-04/PHE-05

B.Sc. Examination, December, 2014

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

(i) Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.

(ii) Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

बी.एस सी. परीक्षा, दिसम्बर, 2014

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

(i) जो छात्र पी.एच.ई. -04 और पी.एच.ई. -05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें ।

(ii) जो छात्र पी.एच.ई. -04 या पी.एच.ई. -05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें ।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2014

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

Time : $1\frac{1}{2}$ hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning. You may use log tables or a calculator.*

1. Answer any ***three*** parts : *3×4=12*

(a) Determine the vector $\vec{A}$ normal to the vectors, $\vec{B}$ and $\vec{C}$ given by

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

(b) Obtain the directional derivative of $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2$ at the point (2, 1, 3) in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{k}$.

(c) A force $\vec{F} = 3\hat{i} - 6\hat{k}$ acts along a line passing through the point P(0, – 1, 4). Determine the torque about the point Q(4, 6, – 1).

(d) The cylindrical coordinates $u_1 = \rho$, $u_2 = \phi$, $u_3 = z$ are related to the Cartesian coordinates x, y and z as follows :

$$x = \rho \cos \phi, \quad y = \rho \sin \phi, \quad z = z.$$

Obtain the square of the arc element given by $ds^2 = g_{11}(du_1)^2 + g_{22}(du_2)^2 + g_{33}(du_3)^2$

(e) Define polar and axial vectors. Give one example of each.

2. Calculate the work done in moving a particle from (1, 1) to (3, 3) along the path x = y by the force

$$\vec{F} = (x + 2y)\hat{i} + (3x - y)\hat{j} \qquad 5$$

OR

State Stokes' theorem. Using Stokes' theorem evaluate the line integral $\oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$ where $\vec{F} = y\hat{i} + z^3x\hat{j} - yz^3\hat{k}$ over a circle of radius 2 parallel to the x – y plane at z = 3. 5

3. An unbiased coin is tossed 10 times. Calculate the probability of getting at least 8 heads. *3*

OR

The probability distribution for a continuous variable $0 \leq x \leq L$ is given by $P(x) = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L}$. Calculate $< x >$. *3*

4. The radius of a capillary tube is measured 6 times to obtain the following data :

0·0461 mm

0·0464 mm

0·0460 mm

0·0463 mm

0·0461 mm

0·0459 mm

Obtain the best value of the radius and standard error in the mean. *5*

OR

Show that the binomial distribution b(n; x, p) tends to the Poisson's distribution

$$p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

in the limit $n \to \infty$ but np remaining constant. 5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2014

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणियाँ या कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं ।*

---

1. किन्हीं ***तीन*** भागों के उत्तर दीजिए : *3×4=12*

(क) निम्नलिखित सदिशों $\vec{B}$ और $\vec{C}$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

के लम्बवत् सदिश $\vec{A}$ प्राप्त कीजिए ।

(ख) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{k}$ की दिशा में बिन्दु (2, 1, 3) पर $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2$ का दिक्-अवकलज प्राप्त कीजिए ।

(ग) बल $\vec{F} = 3\hat{i} - 6\hat{k}$ बिन्दु P(0, – 1, 4) से होकर जाने वाली रेखा के अनुदिश लग रहा है । बिन्दु Q(4, 6, – 1) के प्रति बल-आघूर्ण परिकलित कीजिए ।

(घ) बेलनी निर्देशांकों $u_1 = \rho$, $u_2 = \phi$, $u_3 = z$ और कार्तीय निर्देशांकों x, y और z के बीच निम्नलिखित सम्बन्ध होता है :

$$x = \rho \cos \phi, \quad y = \rho \sin \phi, \quad z = z.$$

दिए गए चाप अवयव

$ds^2 = g_{11}(du_1)^2 + g_{22}(du_2)^2 + g_{33}(du_3)^2$

का वर्ग प्राप्त कीजिए ।

(ङ) ध्रुवीय और अक्षीय सदिश की परिभाषा बताइए । प्रत्येक का एक उदाहरण दीजिए ।

2. एक कण पर लगने वाला बल निम्नलिखित है :

$$\vec{F} = (x + 2y)\hat{i} + (3x - y)\hat{j}$$

कण को पथ $x = y$ के अनुदिश (1, 1) से (3, 3) तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए । *5*

अथवा

स्टोक्स प्रमेय का कथन लिखिए । स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग करते हुए रेखा समाकल $\oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$ परिकलित कीजिए, जहाँ $\vec{F} = y\hat{i} + z^3x\hat{j} - yz^3\hat{k}$ है और त्रिज्या 2 इकाई वाला एक वृत्त है जो $z = 3$ पर $x - y$ समतल के समान्तर है । *5*

3. एक अनभिनत सिक्के को 10 बार उछाला जाता है । सिक्के की कम-से-कम 8 बार चित आने की प्रायिकता परिकलित कीजिए । *3*

अथवा

एक संतत चर $0 \leq x \leq L$ का प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है :

$$P(x) = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L}.$$

$< x >$ परिकलित कीजिए । *3*

4. एक केशनली की त्रिज्या को 6 बार मापने पर निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त होते हैं :

0·0461 mm

0·0464 mm

0·0460 mm

0·0463 mm

0·0461 mm

0·0459 mm

त्रिज्या का श्रेष्ठतम मान और माध्य की मानक त्रुटि प्राप्त कीजिए । *5*

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक द्विपद बंटन b(n; x, p), np के अचर रहते हुए, $n \to \infty$ की सीमा में, एक प्वासों बंटन $p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$; $x = 0, 1, 2, \ldots$ की ओर प्रवृत्त होता है ।

5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2014

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time : $1\frac{1}{2}$ hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning.*

1. Attempt any ***three*** parts : *3×4=12*

(a) Solve the ordinary differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x}\frac{y^3+1}{3y^2}$$

(b) Obtain the general solution of the ordinary differential equation $y'' + 4y = 3 \sin x$.

(c) Show that $u = \sum_{n=1}^{N} a_n e^{-kn^2 y} \sin nx$

is a solution of the partial differential equation

$$\frac{\partial u}{\partial y} - k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

(d) Using the method of separation of variables, reduce the following PDE to a set of ODEs :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

(e) A body of mass M is attached to a spring of spring constant k. If this spring-mass system experiences a damping force linearly proportional to velocity, obtain the general solution of the equation governing the motion.

2. Answer any ***one*** part : *6*

(a) For the Legendre's equation

$$(1 - x^2)\, y'' - 2x\, y' + l(l + 1)\, y = 0$$

obtain the recurrence relations for the coefficients of the power series solution.

(b) Obtain the Fourier series expansion of a full-wave rectifier output given by

$$f(t) = \begin{cases} 100 \sin \omega t; & 0 < t < \pi \\ -100 \sin \omega t; & -\pi < t < 0 \end{cases}$$

3. Answer any ***one*** part : *7*

(a) Solve the following equation for the given conditions :

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$\frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 1 + 2x, \quad 0 < x < 1$$

(b) Solve the equation

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < 2, \quad t > 0$$

for the following conditions :

$$u(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

and $$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$$

पी.एच.ई.-05

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2014

भौतिक विज्ञान
पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।*

---

1. किन्हीं ***तीन*** भागों के उत्तर दीजिए : *3×4=12*

(क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x}\frac{y^3+1}{3y^2}$$

(ख) साधारण अवकल समीकरण

$$y'' + 4y = 3\sin x$$

का व्यापक हल प्राप्त कीजिए ।

(ग) सिद्ध कीजिए कि $u = \sum_{n=1}^{N} a_n e^{-kn^2 y} \sin nx$

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का हल है :

$$\frac{\partial u}{\partial y} - k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

(घ) चर पृथक्करण विधि द्वारा निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को साधारण अवकल समीकरण के समुच्चय के रूप में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

(ङ) द्रव्यमान M वाले एक पिंड को कमानी स्थिरांक k वाली एक कमानी से लटकाया जाता है । यदि कमानी-द्रव्यमान तंत्र पर लगने वाला अवमंदन बल वेग के रैखिकतः समानुपाती हो, तो पिंड की गति को निरूपित करने वाले समीकरण का व्यापक हल प्राप्त कीजिए ।

2. कोई ***एक*** भाग का उत्तर दीजिए : 6

(क) लेजान्ड्रे समीकरण

$$(1 - x^2)\, y'' - 2x\, y' + l(l+1)\, y = 0$$

के घात श्रेणी हल के लिए गुणांकों के बीच पुनरावृत्ति सम्बन्ध प्राप्त कीजिए ।

(ख) निम्नलिखित पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के निर्गम का फूरिये श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए :

$$f(t) = \begin{cases} 100 \sin \omega t; & 0 < t < \pi \\ -100 \sin \omega t; & -\pi < t < 0 \end{cases}$$

3. कोई ***एक*** भाग का उत्तर दीजिए : 7

(क) निम्नलिखित समीकरण का हल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

जिसके लिए प्रतिबन्ध निम्नलिखित हैं :

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1,t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 1 + 2x, \quad 0 < x < 1$$

(ख) समीकरण

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < 2, \quad t > 0$$

का हल प्राप्त कीजिए, यदि प्रतिबंध निम्नलिखित हों :

$$u(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

और $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$