

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

**Term-End Examination
December, 2014**

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS**

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage 70%)

Note : Question no. 7 is **compulsory**. Attempt any **four** questions from Q. No. 1 to 6. Use of calculators is **not allowed**.

1. (a) If the 9th term of an A.P. is zero, prove that its 29th term is double the 19th term. 3

(b) Discuss the continuity of the function at $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & ; 0 < x \leq 1 \\ 4x^3 - 3x & ; 1 < x < 2 \end{cases} \quad 2$$

(c) The following table gives the frequency distribution of marks in a class of 60 students :

Marks :	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20	20 - 24
No. of students :	10	12	18	9	6	5

Calculate quartile deviation and median for the above data. 5

2. (a) Find a unit vector perpendicular to both the vectors $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ and $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$. 3

- (b) Find $\frac{dz}{dt}$ for the following : 2

$$z = y^2 + 3xy + 5x^2 \text{ where } x = \sin t \text{ and } y = \cos t.$$

- (c) Compute the correlation coefficient for the following data :

x	-10	-5	0	5	10
y	5	9	7	11	13

Also find the line of regression of y on x. 5

3. (a) A bag contains 5 white and 3 black balls. Two balls are drawn one after the other without replacement. Find the probability that the second ball drawn is black given that the first ball drawn is white. 2

- (b) Trace the following curve by stating the properties used : 6

$$x^2(2a - y) = y^3$$

- (c) Find the middle term in the expansion of $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{14}$. 2

4. (a) Evaluate the following limit : 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x}$$

- (b) Height measurements of a sample of 6 students were obtained as 5'7", 5'10", 6'2", 6', 5'7" and 6'4". Find the unbiased estimate of population mean. Compare the sample standard deviation with the estimated population standard deviation. 5

- (c) A question paper has two parts, part A and part B, each containing 10 questions. If the student has to choose 8 questions from part A and 5 from part B, in how many ways can the questions be chosen? 2

5. (a) Evaluate the following integral : 4

$$\int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx$$

- (b) Find the equation of a sphere whose centre is same as that of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$$

but the radius is double of the given sphere. 3

- (c) In a binomial distribution consisting of 5 independent trials, probability of 1 and 2 successes are 0.4096 and 0.2048 respectively. Find the probability of success of the distribution. 3

6. (a) Solve the following differential equation : 4

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = x^2 e^x \cos x$$

- (b) For the exponential distribution with p.d.f.

$$f(x) = ke^{-x}; x \geq 0$$

find k, c.d.f. and mean of the distribution. 3

- (c) Consider the function $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ defined as $f(x) = x^2 - 4$ and function $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ defined as $g(x) = x + 2$. Find $f - g$ and g/f and also find their domain and range. 3

7. State whether the following statements are true or false. Give reasons in support of your answer : 5×2=10

- (i) $30^\circ = \frac{\pi}{3}$ radians and π radian = 90° .
- (ii) Type-I error is same as the level of significance.
- (iii) Poisson distribution is a continuous distribution with mean μ and variance μ^2 .
- (iv) Stationary points for the function $y = 3x^3 - 16x$ are $x = 0$, $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$.
- (v) Function $f: [1, 3] \rightarrow [5, 15]$ defined by $f(x) = x^2 + 2x - 3$ is monotonically increasing.
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2014

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50
(कुल का 70%)

नोट : प्रश्न सं. 7 करना ज़रूरी है । प्रश्न सं. 1 से 6 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. (क) यदि एक समांतर श्रेणी (A.P.) का नवाँ पद शून्य है, तो सिद्ध कीजिए कि उसका 29वाँ पद 19वें पद का दुगुना होगा । 3

(ख) $x = 1$ पर निम्नलिखित फलन के सांतत्य की चर्चा कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & ; 0 < x \leq 1 \\ 4x^3 - 3x & ; 1 < x < 2 \end{cases} \quad 2$$

(ग) निम्नलिखित तालिका में एक कक्षा के 60 विद्यार्थियों के अंकों का बारंबारता बंटन दिया गया है :

अंक :	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20	20 - 24
विद्यार्थियों की संख्या :	10	12	18	9	6	5

उपर्युक्त आँकड़ों का चतुर्थक विचलन और माध्यिका ज्ञात कीजिए । 5

2. (क) सदिशों $i - 2j + 3k$ और $i + 2j - k$ के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए । 3

(ख) निम्नलिखित के लिए $\frac{dz}{dt}$ ज्ञात कीजिए : 2

$$z = y^2 + 3xy + 5x^2 \text{ जहाँ } x = \sin t \text{ और } y = \cos t.$$

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों का सहसंबंध गुणांक परिकलित कीजिए :

x	-10	-5	0	5	10
y	5	9	7	11	13

x पर y की समाश्रयण रेखा भी ज्ञात कीजिए । 5

3. (क) एक थैले में 5 सफेद और 3 काली गेंदें हैं । एक के बाद एक दो गेंदें बिना प्रतिस्थापन के निकाली जाती हैं । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई दूसरी गेंद काली है जबकि दिया गया है कि निकाली गई पहली गेंद सफेद है । 2

(ख) निम्नलिखित वक्र का अनुरेखण कीजिए और अनुरेखण में प्रयुक्त सभी गुणधर्म भी बताइए : 6

$$x^2(2a - y) = y^3$$

(ग) $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{14}$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए । 2

4. (क) निम्नलिखित सीमा का मूल्यांकन कीजिए : 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x}$$

(ख) 6 विद्यार्थियों की ऊँचाई (कद) के प्राप्त प्रतिदर्श माप हैं 5'7", 5'10", 6'2", 6', 5'7" और 6'4" । समष्टि माध्य का अनभिनत आकलन ज्ञात कीजिए । प्रतिदर्श मानक विचलन की तुलना आकलित समष्टि मानक विचलन के साथ कीजिए ।

5

(ग) एक प्रश्न पत्र में दो भाग हैं – भाग क और भाग ख और प्रत्येक भाग में 10 प्रश्न हैं । यदि विद्यार्थी को भाग क में से 8 प्रश्न और भाग ख में से 5 प्रश्न चुनने हों, तो प्रश्न कितने तरीकों से चुने जा सकते हैं ?

2

5. (क) निम्नलिखित समाकलन का मूल्यांकन कीजिए :

4

$$\int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx$$

(ख) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केंद्र गोले

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$$

के बराबर है लेकिन त्रिज्या दिए गए गोले से दुगुनी है ।

3

(ग) पाँच स्वतंत्र अभिप्रयोगों वाले द्विपद बंटन में 1 और 2 सफलताएँ प्राप्त करने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.4096 और 0.2048 हैं । बंटन की सफलता की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

3

6. (क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : 4

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = x^2 e^x \cos x$$

- (ख) प्रायिकता बंटन फलन (p.d.f.) $f(x) = ke^{-x}$; $x \geq 0$ वाले चरघातांकी बंटन के लिए k का मान, बंटन का संचयी बारंबारता बंटन (c.d.f.) और माध्य ज्ञात कीजिए । 3

- (ग) फलन $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 4$ द्वारा परिभाषित है और फलन $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x + 2$ द्वारा परिभाषित है । $f - g$ और g/f ज्ञात कीजिए तथा इनके प्रांत और परिसर भी ज्ञात कीजिए । 3

7. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य । अपने उत्तर के पक्ष में कारण बताइए : $5 \times 2 = 10$

- (i) $30^\circ = \frac{\pi}{3}$ रेडियन और π रेडियन $= 90^\circ$.
- (ii) टाइप-I त्रुटि सार्थकता स्तर के समान होती है ।
- (iii) प्वासॉ बंटन माध्य μ और प्रसरण μ^2 वाला संतत बंटन है ।
- (iv) फलन $y = 3x^3 - 16x$ के लिए स्तब्ध बिंदु $x = 0$, $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ हैं ।
- (v) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ द्वारा परिभाषित फलन $f : [1, 3] \rightarrow [5, 15]$ एकदिष्टतः वर्धमान है ।