No. of Printed Pages: 15

BPHE-101/PHE-01/PHE-02

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination, December, 2014

BPHE-101/PHE-01: ELEMENTARY MECHANICS

PHE-02: OSCILLATIONS AND WAVES

Instructions:

- Students registered for both BPHE-101/PHE-01 and (i) PHE-02 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
- Students who have registered for BPHE-101/PHE-01 (ii) or PHE-02 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01/पी.एच.ई.-02

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.) सत्रांत परीक्षा. दिसम्बर. 2014 भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01 : प्रारंभिक यांत्रिकी

एवं पी.एच.ई.-02: दोलन एवं तरंगें

निर्देश :

जो छात्र बी.पी.एच.ई.-101 / पी.एच.ई. -01 और पी.एच.ई. -02 (i) दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

जो छात्र बी.पी.एच.ई.-101 / पी.एच.ई.-01 या पी.एच.ई.-02 (ii) किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा

पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination December, 2014

BPHE-101/PHE-01: ELEMENTARY MECHANICS

Time: $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks: 25

Note: Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning. You may use log tables or non programmable calculators.

1. Attempt any two parts:

 $2 \times 6 = 12$

(a) (i) A crate of mass 1 kg is pulled up an inclined plane at an angle of 30° with the horizontal, with a force of 10 N. Calculate the acceleration of the crate. Take g = 10 ms⁻². Draw the free-body diagram.

(ii) Is the force of friction conservative? Explain.

2

(b) (i) A child of mass 30 kg rides a bicycle of mass 15 kg. The force of friction is 30 N. What power must the child supply to maintain a steady speed of $2\cdot0$ ms⁻¹ while going up an incline of slope 5° ? [Take sin $5^{\circ} = 0.0872$ and g = 10 ms⁻²]

(ii) A ball of mass 0·10 kg hits a bat at the speed of 20 ms⁻¹ and moves in the opposite direction with the same speed after leaving the bat. What average force is exerted on the ball if it is in contact with the bat for 1 ms?

2

(c) A box of mass 30 kg is pushed from rest from one end of a rough floor with a force of 100 N. The coefficient of kinetic friction between the surface of the box and the floor is 0.20. Determine the speed of the box after it has travelled a distance of 50 m. [Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

6

(d) A merry-go-round of radius 10 m is set rotating from rest in a clockwise direction and attains an angular speed of 0.30 rad s^{-1} in 60 s. What is the torque (with respect to the centre) experienced by a child of mass 20 kg sitting at a distance of 3.0 m from the centre? What is the angular momentum of the child at t = 60 s?

2. Attempt any one part:

1×5=5

(a) (i) What are the constants of motion for motion under central conservative forces?

1

(ii) Derive the law of equal areas for central forces.

4

- (b) (i) Define the centre of mass of a system of N-particles.
 - (ii) The position vectors of three particles of masses $m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.0$ kg and $m_3 = 3.0$ kg are given by

1

4

3

5

$$\overrightarrow{r_1} = (2t + 5t^2) \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{i}} + 3t \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\overrightarrow{r_2} = 4 \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{i}} + (7t^2) \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\overrightarrow{r_3} = 6t \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{i}} + 2 \,\mathbf{m} \,\hat{\mathbf{j}}$$

Determine the velocity of the centre of mass of the system.

- 3. (a) An object is being rotated in a centrifuge of radius 4.0 m. If the acceleration of the centrifuge is 4 g, what is the velocity of the object and the time period of its motion?
 [Take g = 10 ms⁻²]
 - (b) Derive the expression for the kinetic energy of the two-particle system in terms of the centre of mass and relative coordinates.

OR

(a) What are non-inertial frames of reference?

A child of mass 'm' stands at rest in a lift moving upwards with an acceleration of 5 ms⁻². Determine the apparent weight of the child. [Take g = 9.8 ms⁻²]

3

(b) A solid cylinder and a solid sphere, each of mass 'M' and radius 'a' start from rest from the same height and roll without slipping down an inclined plane. Apply the principle of conservation of energy to determine which one of them reaches the bottom of the incline first.

5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.) सत्रांत परीक्षा दिसम्बर, 2014

बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01 : प्रारंभिक यांत्रिकी

समयः : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणियों या अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटरों का प्रयोग कर सकते हैं।

1. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए:

2×6=12

4

(क) (i) 1 kg द्रव्यमान वाले एक क्रेट को क्षैतिज से एक 30° कोण वाले नत तल पर 10 N के एक बल द्वारा ऊपर की ओर खींचा जा रहा है। क्रेट के त्वरण का मान परिकलित कीजिए, यदि दिया गया है कि $g=10 \text{ ms}^{-2}$ । बल-निर्देशक आरेख भी खींचिए।

(ii) क्या घर्षण बल एक संरक्षी बल है ? समझाइए । 2

(ख) (i) द्रव्यमान 30 kg की एक बच्ची एक साइकिल की सवारी कर रही है, जिसका द्रव्यमान 15 kg है। घर्षण बल 30 N है। $2\cdot0~\mathrm{ms}^{-1}$ की अचर चाल बनाए रखने के लिए उसे कितनी शक्ति लगानी होगी जब वह 5° ढलान वाले नत तल पर ऊपर जा रही हो। $[\sin 5^\circ = 0.0872~\mathrm{M}]$ g = $10~\mathrm{ms}^{-2}$ लीजिए]

(ii)	द्रव्यमान $0.10~\mathrm{kg}$ की एक गेंद $20~\mathrm{ms}^{-1}$ की
	चाल से बल्ले से टकराती है और बल्ले से
	टकराकर उसी चाल से विपरीत दिशा में लौटती
	है। यदि बल्ले से गेंद के सम्पर्क की अवधि
	1 ms है, तो गेंद पर कितना औसत बल लगता
	हैं ?

2

(ग) 30 kg द्रव्यमान वाले एक बक्से को खुरदरे फ़र्श के एक सिरे से 100 N का एक बल लगाकर विरामावस्था से खिसकाया जाता है। फ़र्श और बक्से की सतह के बीच गतिज घर्षण गुणांक 0.20 है। 50 m की दूरी चलने के बाद बक्से की चाल ज्ञात कीजिए।

6

(घ) त्रिज्या 10 m वाले एक मेरी-गो-राउन्ड को विरामावस्था से दक्षिणावर्त दिशा में घूर्णन दिया जाता है और 60 s में यह 0.30 rad s^{-1} की कोणीय चाल प्राप्त कर लेता है। केन्द्र से 3.0 m की दूरी पर बैठे 20 kg द्रव्यमान वाले एक बच्चे पर केन्द्र के सापेक्ष कितना बल-आघूर्ण लगता है ? t = 60 s पर बच्चे का कोणीय संवेग क्या होगा ?

4+2

किसी एक भाग का उत्तर दीजिए :

1×5=5

(क) (i) केन्द्रीय संरक्षी बलों के अधीन गति के लिए गति के अचर क्या हैं ?

4

1

(ii) केन्द्रीय बलों के लिए समान क्षेत्रफल नियम की व्युत्पत्ति कीजिए ।

- (ख) (i) N-कणों के निकाय के लिए संहति केन्द्र की परिभाषा दीजिए।
 - (ii) द्रव्यमान $m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.0$ kg और $m_3 = 3.0$ kg वाले तीन कणों के स्थिति सदिश निम्नलिखित हैं :

1

4

3

5

$$\overrightarrow{r_1} = (2t + 5t^2) \, \text{m i} + 3t \, \text{m j}$$

$$\overrightarrow{r_2} = 4 \text{ m i} + (7t^2) \text{ m j}$$

$$\overrightarrow{r_3} = 6t \, \text{m} \, \hat{i} + 2 \, \text{m} \, \hat{j}$$

निकाय के संहति केन्द्र का वेग परिकलित कीजिए।

- 3. (क) एक पिंड को 4.0 m त्रिज्या वाले अपकेन्द्रण यंत्र में घूर्णित किया जाता है । यदि अपकेन्द्रण यंत्र का त्वरण 4 g हो, तो पिंड का वेग और उसकी गित का आवर्तकाल क्या हैं ? $\text{[g} = 10 \text{ ms}^{-2}$ लीजिए।
 - (ख) द्वि-कण निकाय की गतिज ऊर्जा के व्यंजक को संहति केन्द्र और आपेक्षिक निर्देशांकों के पदों में व्युत्पन्न कीजिए।

अथवा

(क) अजड़त्वीय निर्देश तंत्र क्या होते हैं ? द्रव्यमान 'm' वाला एक बच्चा एक लिफ्ट में जो ऊपर की ओर 5 ms^{-2} के त्वरण से गतिमान है, विरामावस्था में खड़ा है । बच्चे का आभासी भार परिकलित कीजिए । $[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ लीजिए]

3

(ख) एक ठोस बेलन और एक ठोस गोला जिनके द्रव्यमान 'M' और त्रिज्या 'a', बराबर हैं, विरामावस्था से शुरू करके समान ऊँचाई से नत तल पर बिना फिसले लुढ़कते हैं। ऊर्जा संरक्षण नियम लागू करके निर्धारित कीजिए कि उनमें से कौन-सा पिंड नत तल के निचले सिरे पर पहले पहुँचता है।

5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.) Term-End Examination December, 2014

PHE-02: OSCILLATIONS AND WAVES

Time: $1\frac{1}{2}$ hours Maximum Marks: 25

Note: All questions are compulsory but internal choices are given. You can use non-programmable calculator.

1. Attempt any three parts:

3×5=15

(a) For a weakly damped harmonic oscillator, the instantaneous displacement is given by

$$x(t) = a_0 \exp(-bt) \cos(\omega_d t + \phi)$$

Derive an expression for the average energy of the oscillator.

(b) An object of mass 1 kg is subjected to restoring and frictional forces of magnitudes kx and $-\gamma \frac{dx}{dt}$, respectively. It oscillates harmonically under the influence of an external force of frequency 0.5 Hz. Its amplitude of vibration is halved in 2 s and the system is weakly damped. Calculate the value of γ and k.

- (c) N collinear harmonic oscillations, all having the same amplitude and angular frequency are superposed. The initial phases of successive oscillations differ by ϕ_0 . Obtain expressions for the amplitude and phase of the resultant motion.
- (d) Using dimensional analysis, show that the velocity of progressive waves on stretched strings is given by

$$v = k\sqrt{\frac{F}{m}}$$

where k is a dimensionless constant.

(e) Two waves travelling in opposite directions on a string fixed at both ends are described by the equations

$$y_1(x, t) = (0.2 \text{ m}) \sin (2x - 4t)$$

and $y_2(x, t) = (0.2 \text{ m}) \sin (2x + 4t)$.

- (i) Obtain the equation of the standing wave.
- (ii) The string oscillates in only one loop and its one end is fixed at x = 0.
 Determine the distance between the two fixed ends of the string.

2. Attempt any two parts:

 $2 \times 5 = 10$

- (a) What do you understand by the relaxation time of a damped harmonic oscillator? A system is executing damped harmonic oscillations and it is observed that in 20 s, the amplitude of oscillations reduces from 4 cm to 2 cm. Calculate the relaxation time of the oscillator.
- (b) In Young's double slit interference experiment, two waves of equal frequency but different amplitudes a_1 and a_2 and initial phases θ_1 and θ_2 are superposed. Obtain the conditions of constructive and destructive interference.
- (c) (i) Define group velocity and phase velocity. Which of these is more fundamental and why?
 - (ii) Show that for a homogeneous medium

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.) सत्रांत परीक्षा दिसम्बर, 2014

पी.एच.ई.-02: दोलन और तरंगें

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न अनिवार्य हैं परन्तु आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । आप अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं ।

किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए :

 $3 \times 5 = 15$

(क) न्यून अवमंदित आवर्ती दोलक के तात्कालिक विस्थापन का व्यंजक निम्नलिखित है:

 $x(t) = a_0 \exp{(-bt)} \cos{(\omega_d t + \phi)}$ दोलक की माध्य (औसत) ऊर्जा के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

(ख) संहित 1 kg के पिंड पर प्रत्यानयन एवं घर्षण बल जिनके पिरमाण क्रमश: kx तथा − γ dx/dt हैं, लगे हैं । यह एक बाह्य बल के अधीन 0.5 Hz आवृत्ति से आवर्त गित (दोलन) करता है । इसके दोलन (कम्पन) का आयाम 2 s में आधा रह जाता है एवं यह निकाय न्यून अवमंदित है । इसके लिए γ तथा k के मान पिरकलित कीजिए ।

- (ग) समान आयाम तथा कोणीय आवृत्ति वाले N सरेखी आवर्ती दोलनों को अध्यारोपित किया जाता है । उत्तरोत्तर दोलनों की प्रारम्भिक कलाओं में अन्तर ϕ_0 है । परिणामी दोलन के आयाम और कला के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।
- (घ) विमीय विश्लेषण द्वारा प्रदर्शित कीजिए कि तनित रज्जू पर संचरित प्रगामी तरंगों के वेग का व्यंजक निम्नलिखित है:

$$v = k \sqrt{\frac{F}{m}}$$

जहाँ k विमारहित अचर है।

(ङ) दोनों छोरों पर बंधी रज्जू के अनुदिश दो तरंगें परस्पर विपरीत दिशाओं में गमन कर रही हैं । इन्हें निम्नलिखित समीकरणों द्वारा व्यक्त किया जाता है :

$$y_1(x, t) = (0.2 \text{ m}) \sin (2x - 4t)$$

 $y_2(x, t) = (0.2 \text{ m}) \sin (2x + 4t).$

- (i) अप्रगामी तरंग का समीकरण प्राप्त कीजिए ।
- (ii) रज्जू केवल एक पाश (loop) में दोलन करता है तथा इसका एक छोर x = 0 पर आबद्ध है । इसके दोनों नियत छोरों की बीच की दूरी निर्धारित कीजिए ।

और

- (क) अवमंदित आवर्त दोलित्र के विश्रांति काल से आप क्या समझते हैं ? अवमंदित आवर्त दोलन कर रहे एक निकाय के दोलनों का आयाम 20 s में 4 cm से घट कर 2 cm रह जाता है । दोलित्र का विश्रांति काल परिकलित कीजिए ।
- (ख) यंग के द्विरेखाछिद्र व्यतिकरण प्रयोग में, समान आवृत्ति परन्तु भिन्न-भिन्न आयाम a₁ और a₂ तथा प्रारम्भिक कलाओं θ₁ और θ₂ की दो तरंगों को अध्यारोपित किया जाता है । संपोषी और विनाशी व्यतिकरणों की शर्तें प्राप्त कीजिए ।
- (ग) (i) समूह वेग तथा प्रावस्था वेग को परिभाषित कीजिए । कारण सहित बताइए कि इन दोनों में से कौन अधिक महत्त्वपूर्ण (मूल) होता है ।
 - (ii) सिद्ध कीजिए कि किसी समांगी माध्यम के लिए

$$v_g = \ v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}.$$