

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00592

December, 2014

(APPLICATION ORIENTED COURSE)

AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Calculators are not allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter example in support of your answer. $5 \times 2 = 10$
- (a) A balanced transportation problem has a feasible solution.
- (b) In LPP, an unrestricted primal variable changes into an equality constraint in its dual.
- (c) In solving a maximizing integer linear programming problem by Branch and Bound method, if the optimal value at a node is less than the current lower bound, then that branch is not explored further.

(d) The optimum value of μ (the service rate) that minimizes the expected cost of waiting and service per unit time in a queuing system given by $TC(\mu) = C_1\mu + \frac{\lambda C_2}{\mu - \lambda}$, is $\mu^* = \lambda + \sqrt{\frac{C_2\lambda}{C_1}}$, where C_1 and C_2 are costs.

(e) If there are n jobs to be performed one at a time on each of the 2 machines, then the possible number of sequences would be $(n!)^2$.

2. (a) A firm manufactures two types of products A and B and sells them at a profit of ₹ 2 on type A and ₹ 3 on type B. Each product is processed on two machines M_1 and M_2 . Type A requires one hour of processing time on M_1 and two hours on M_2 , type B requires one hour on M_1 and one hour on M_2 . The machine M_1 is available for not more than 6 hours 40 minutes while machine M_2 is available for 10 hours on any working day. Formulate the problem as Linear Programming Problem and solve it by graphical method.

- (b) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem using Vogel's approximation method :

		Destination				Demand
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
Source	M ₁	19	14	23	11	11
	M ₂	15	16	12	21	13
	M ₃	30	25	16	39	19
Supply		6	10	12	15	

Also, check the optimality of the solution obtained.

4

3. (a) The jobs, predecessors of the jobs and duration of the jobs, in a project are given below :

Jobs	Immediate predecessor	Duration (in days)
A	—	4
B	A	6
C	A	12
D	B	6
E	B, C	10
F	E	8
G	D, F	7
H	G	5

Draw the network diagram, and hence find the critical path and the optimal duration for completing the project.

5

- (b) Use the dual simplex method to solve the following LPP :

$$\text{Minimize } z = 24x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4$$

$$\text{subject to } 6x_1 + x_2 - x_4 \geq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad 5$$

4. (a) Seven jobs go first over machine 1 and then over machine 2. Processing times (in hours) are given as :

Job	A	B	C	D	E	F	G
Machine 1	6	24	30	10	20	22	18
Machine 2	16	20	22	12	24	2	6

Find the optimum sequence and total time in which jobs should be processed. 6

- (b) Obtain the dual of the following LPP :

$$\text{Maximize } z = 20x_1 + 30x_2$$

$$\text{subject to } x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + x_2 \leq 12$$

$$5x_1 + x_2 = 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Your dual must have an unrestricted variable. 4

5. (a) In a factory, the machines break down on an average rate of 10 machines per hour. The idle time cost of a machine is estimated to be ₹ 20 per hour. The factory works 8 hours a day. The factory manager is considering 2 mechanics for repairing the machines. The first mechanic A takes about 5 minutes, on an average, to repair a machine and demands wages of ₹ 10 per hour. The second mechanic B takes about 4 minutes in repairing a machine and demands wages at the rate of ₹ 15 per hour. Assuming that the rate of machine breakdown is Poisson distributed and the repair rate is exponentially distributed, which of the two machines should be engaged ?

6

(b) The production department for a company requires 7200 kg of raw material for manufacturing a particular item per year. It has been estimated that the cost of placing an order is ₹ 72 and the cost of carrying inventory is 25 percent of the investment in the inventories. The price of product is ₹ 20 per kg. Determine the optimal order quantity, number of orders and order cycle time.

4

6. (a) Solve the following assignment problem :

4

		Machines			
		I	II	III	IV
Jobs	A	6	5	4	9
	B	8	6	5	9
	C	8	10	13	11
	D	9	8	14	12

(b) A small project involves 7 activities, and their time estimates are listed in the following table :

Activity i - j	Estimated Duration (weeks)		
	Optimistic	Most likely	Pessimistic
1 - 2	1	1	7
1 - 3	1	4	7
1 - 4	2	2	8
2 - 5	1	1	1
3 - 5	2	5	14
4 - 6	2	5	8
5 - 6	3	6	15

- (i) Draw the network diagram of the activities in the project.
- (ii) Find the expected duration and variance for each activity. What is the expected project length ?
- (iii) Calculate the standard deviation of the project duration.

6

7. (a) An automobile company manufactures scooters. Daily production varies from 146 to 152 depending on the availability of raw materials and other working conditions. Production per day with probability is as given below :

Production per day	Probability
146	0.04
147	0.09
148	0.12
149	0.14
150	0.11
151	0.10
152	0.40

What will the average production be in the next five days ? Use the following random numbers to simulate the process :

5

80, 81, 76, 75, 64

- (b) Solve the following integer linear programming problem using Branch and Bound method :

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{subject to } 6x_1 + 5x_2 \leq 25$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2014

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटोरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए। 5×2=10

(क) एक संतुलित परिवहन समस्या का सुसंगत हल होता है।

(ख) LPP में, एक अप्रतिबंधित आद्य चर, अपनी द्वैती में एक समिका व्यवरोध में परिवर्तित हो जाता है।

(ग) शाखा और परिबन्ध कलन विधि द्वारा एक अधिकतमीकरण पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) को हल करने में, यदि एक गाँठ (नोड) पर इष्टतम मान मौजूदा निम्न परिबन्ध से कम हो, तो उस शाखा को आगे नहीं बढ़ाते हैं।

(घ) μ (सेवा दर) का इष्टतम मान जो $TC(\mu) = C_1\mu + \frac{\lambda C_2}{\mu - \lambda}$ द्वारा प्राप्त एक पंक्ति संकाय में प्रति इकाई समय में लगने वाली प्रतीक्षा और सेवा की प्रत्याशित लागत को न्यूनतम करता है, वह $\mu^* = \lambda - \sqrt{\frac{C_2\lambda}{C_1}}$ है, जहाँ C_1 और C_2 लागत हैं।

(ङ) यदि n कार्य एक-एक करके दो मशीनों में से प्रत्येक पर किए जाने हैं, तो अनुक्रमों की सम्भावित संख्या $(n!)^2$ होगी।

2. (क) एक फर्म दो प्रकार के उत्पाद A और B बनाती है और प्रकार A को ₹ 2 और प्रकार B को ₹ 3 के लाभ पर बेचती है। प्रत्येक उत्पाद दो मशीनों M_1 और M_2 द्वारा तैयार होता है। प्रकार A तैयार होने में M_1 पर 1 घंटा और M_2 पर 2 घंटे लेता है, प्रकार B तैयार होने में M_1 पर 1 घंटा और M_2 पर 1 घंटा लेता है। मशीन M_1 6 घंटे 40 मिनट से अधिक उपलब्ध नहीं है जबकि मशीन M_2 किसी भी कार्य दिवस के दौरान 10 घंटों के लिए उपलब्ध है। इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रित कीजिए और इसे ग्राफीय-विधि द्वारा हल कीजिए।

- (ख) वोगल सन्निकटन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य				माँग
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
स्रोत	M ₁	19	14	23	11	11
	M ₂	15	16	12	21	13
	M ₃	30	25	16	39	19
पूर्ति		6	10	12	15	

प्राप्त हल की इष्टतमता की जाँच भी कीजिए ।

4

3. (क) एक परियोजना में कार्य, कार्यों के पूर्वग और कार्यों की अवधि नीचे दी गई है :

कार्य	निकटतम पूर्वग	अवधि (दिनों में)
A	—	4
B	A	6
C	A	12
D	B	6
E	B, C	10
F	E	8
G	D, F	7
H	G	5

नेटवर्क आरेख बनाइए, और इस तरह परियोजना को पूरा करने के लिए क्रांतिक पथ और इष्टतम अवधि ज्ञात कीजिए ।

5

(ख) निम्नलिखित LPP को द्वैती एकधा विधि से हल कीजिए :

$z = 24x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4$ का न्यूनतमीकरण कीजिए

जबकि $6x_1 + x_2 - x_4 \geq 5$

$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

5

4. (क) सात कार्य पहले मशीन 1 पर पूरे होते हैं और उसके बाद मशीन 2 पर पूरे होते हैं। मशीनों में लगने वाला (प्रक्रमण) समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

कार्य	A	B	C	D	E	F	G
मशीन 1	6	24	30	10	20	22	18
मशीन 2	16	20	22	12	24	2	6

इष्टतम अनुक्रम और कार्यों के पूरा होने में लगने वाला समय ज्ञात कीजिए।

6

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती प्राप्त कीजिए :

$z = 20x_1 + 30x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $x_1 + 2x_2 \leq 20$

$x_1 + x_2 \leq 12$

$5x_1 + x_2 = 40$

$x_1, x_2 \geq 0$

आपके द्वारा प्राप्त द्वैती में एक अप्रतिबन्धित चर होना आवश्यक है।

4

5. (क) एक कारखाने में, मशीनें 10 मशीन प्रति घंटा की औसत दर से खराब होती हैं। एक मशीन के निष्क्रिय (अक्रिय) समय की लागत ₹ 20 प्रति घंटा अनुमानित की जाती है। कारखाने में एक दिन में 8 घंटे काम होता है। कारखाने का प्रबंधक मशीनों की मरम्मत के लिए 2 मिस्त्रियों पर विचार करता है। पहला मिस्त्री A एक मशीन की मरम्मत करने में औसतन 5 मिनट लगाता है और ₹ 10 प्रति घंटे मज़दूरी की माँग करता है। दूसरा मिस्त्री B एक मशीन की मरम्मत करने में लगभग 4 मिनट लगाता है और ₹ 15 प्रति घंटे की दर से मज़दूरी की माँग करता है। मान लीजिए कि मशीनों के खराब होने की दर प्वासों बंटित है और मरम्मत दर चरघातांकीय बंटित है, तो दोनों में से कौन-से मिस्त्री को काम पर लगाना चाहिए ?

6

(ख) एक कम्पनी के उत्पादन विभाग को एक विशेष उत्पाद को बनाने के लिए प्रति वर्ष 7200 किग्रा कच्चे माल की ज़रूरत पड़ती है। यह अनुमानित किया गया है कि एक ऑर्डर देने की लागत ₹ 72 है और मालसूची रखरखाव की लागत मालसूचियों में निवेश की 25 प्रतिशत है। उत्पाद की कीमत ₹ 20 प्रति किग्रा है। इष्टतम ऑर्डर मात्रा, ऑर्डरों की संख्या और ऑर्डर चक्र समय ज्ञात कीजिए।

4

6. (क) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए :

4

मशीनें

		I	II	III	IV
कार्य	A	6	5	4	9
	B	8	6	5	9
	C	8	10	13	11
	D	9	8	14	12

(ख) एक छोटी परियोजना 7 गतिविधियों से मिलकर बनी है, जिनका समय आकलन निम्नलिखित सारणी में दिया गया है :

गतिविधि i - j	आकलित अवधि (सप्ताह में)		
	आशावादी	अति संभावित	निराशावादी
1 - 2	1	1	7
1 - 3	1	4	7
1 - 4	2	2	8
2 - 5	1	1	1
3 - 5	2	5	14
4 - 6	2	5	8
5 - 6	3	6	15

- (i) परियोजना में गतिविधियों का नेटवर्क आरेख बनाइए ।
- (ii) प्रत्येक गतिविधि के लिए आकलित (प्रत्याशित) अवधि और प्रसरण ज्ञात कीजिए । परियोजना की प्रत्याशित लम्बाई क्या है ?
- (iii) परियोजना अवधि के मानक विचलन का परिकलन कीजिए ।

6

7. (क) एक स्कूटर बनाने वाली ऑटोमोबाइल कम्पनी, कच्चे माल और दूसरी कार्य करने की परिस्थितियों की उपलब्धता के आधार पर प्रतिदिन 146 से 152 स्कूटरों का उत्पादन करती है । प्रतिदिन का उत्पादन और उसकी प्रायिकता निम्नलिखित है :

उत्पादन प्रतिदिन	प्रायिकता
146	0.04
147	0.09
148	0.12
149	0.14
150	0.11
151	0.10
152	0.40

अगले पाँच दिनों में औसत उत्पादन क्या होगा ? प्रक्रम को अनुकरित करने के लिए निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं का प्रयोग कीजिए :

80, 81, 76, 75, 64

5

(ख) शाखा और परिबन्ध कलन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

$z = 2x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$6x_1 + 5x_2 \leq 25$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5