No. of Printed Pages : 12

MTE-12

01195

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2012

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *Question no. 1 is* ***compulsory****. Do any* ***four*** *questions out of question no. 2 to 7. Use of Calculators are* ***not*** *allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer. **5x2=10**

   (a) In an LP model, the feasible solution space can be effected when redundant constraints are deleted.

   (b) If the primal LPP has an optimal solution, then the set of feasible solution to its dual is bounded.

   (c) In a simplex iteration, an artificial variable can be dropped all together from the simplex table once the variable becomes non basic.

   (d) The addition of a constant to all the elements of a payoff matrix in a two - person zero sum game can affect only the value of the game, not the optimal mix of the strategies.

   (e) There may be a balanced transportation problem without any feasible solution.

2. (a) A toy company manufactures two types of doll ; a basic version-doll A and a deluxe version-doll B. Each doll of type B takes twice as long as to produce as one of type A, and the company would have time to make a maximum 2000 per day if it produces only the basic version. The supply of plastic is sufficient to produce 1500 dolls per day (both A and B combined). The deluxe version requires a fancy dress of which there are only 600 per day available. The company makes profit of ₹ 3 and 5 per doll respectively on doll A and B. How many of each should be produced per day in order to maximize profit ? Solve this problem by graphical method. 6

(b) Find all the basic solutions of the following system : 4

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

3. (a) A marketing manager has 5 salespersons and 5 sales districts. Considering the capabilities of the salespersons and the nature of the districts, the marketing manager estimates the sales per month (in thousand ₹) for each salesperson in each district as follows : 5

		Districts				
		1	2	3	4	5
	A	32	38	40	28	40
	B	40	44	28	21	36
Salespersons	C	41	27	33	30	37
	D	22	38	41	36	36
	E	29	33	40	35	39

Find the assignment of sales persons to districts that will result in maximum sales.

(b) Find the maximum and minimax values of the following matrix game. 3

$$A \overset{B}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}}.$$

Does the matrix have a saddle point. Justify your answer.

(c) The following table is obtained in the intermediate stage while solving an LPP by the simplex method. 2

		-1	-2	0	0	0
1	x_1	1	2	-1	0	1
0	x_4	0	3	-1	1	2
		0	4	-1	0	1

Discuss whether an optimal solution will exist or not.

4. (a) Solve by simplex method the following linear programming problem : 5

Max $z = 2x + y + 2z$

s. t.

$3x - y + 2z \leq 12$

$-2x + 4y \leq 9$

$-x + 3y + 8z \leq 15$

$x, y, z \geq 0.$

(b) Show that the set of vectors 5

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

from a basis for E^3.

5. (a) Use the principle of dominance to reduce the size of the following game. Hence solve the game. 4

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

(b) (i) Formulate the dual of the following problem : 6

Minimise $z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3$

s.t. $2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$

$2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 12$

$x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 14$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(ii) Check whether (2, 2, 2) is a feasible solution to the primal and $(\frac{1}{3}, 3, \frac{7}{3})$ is a feasible solution to the dual.

(iii) Use duality to check whether (2, 2, 2) is an optimal solution to the primal.

6. (a) Solve, graphically, the game whose pay-off matrix is : 6

	P_2			
P_1	1	3	-3	7
	2	5	4	-6

(b) Find an initial basic feasible solution for the following transportation problem using matrix-minima method. Also find the transportation cost. 4

1	2	3	(10)
4	5	6	(5)
7	8	9	(8)
(6)	(7)	(4)	

7. (a) Using the initial basic feasible solution for the transportation problem given below, find an optimal solution for the problem. 6

	1	2	3	4	Availability
I	1 (40)	2	3	3 (30)	70
II	2	4 (28)	1	1 (10)	38
III	1	2	3 (30)	2 (2)	32
Requirements	40	28	30	42	

(b) Test the following set for convexity. 4

$S = \{ (x, y) : x + y \leq 8$ or $2x + y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0 \}$.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बीडीपी)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2012

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

कुल का: 70%

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से* ***किन्हीं चार*** *प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य है कौन से असत्य। अपने उत्तर के कारण दीजिए। **5x2=10**

   (a) एक LPP निदर्श में, अनावश्यक व्यवरोधों को हटाने से सुसंगत हल क्षेत्र पर असर पड़ता है।

   (b) यदि आध LPP का एक इष्टतम हल है तो इसके द्वैती के सुसंगत हलों का समुच्चय परिबद्ध होगा।

   (c) एकधा पुनरावृत्ति में, अनाधारी चर होने पर एक कृतिक चर को सारणी से हटाया जा सकता है।

(d) एक द्विव्यक्ति शुन्य योग खेल के भुगतान आव्यूह के प्रत्येक पद में एक अचर को जोड़ने पर केवल खेल का मान ही बदलता है युक्तियों का इष्टतम मिश्रण नहीं।

(e) बिना सुसंगत हल के संतुलित परिवहन समस्या हो सकती है।

2. (a) एक खिलौने बनाने वाली कम्पनी दो प्रकार की गुड़िया बनाती है। साधारण प्रकार की गुड़िया A और डीलक्स प्रकार की गुड़ियाँ B। B प्रकार की प्रत्येक गुड़िया को बनाने में A प्रकार की प्रत्येक गुड़िया से दुगुना समय लगता है। यदि कम्पनी केवल A प्रकार की गुड़िया बनाती है तो उसके पास प्रतिदिन अधिकतम 2000 गुड़िया बनाने का समय होता है। प्लास्टिक की आपूर्ति प्रतिदिन 1500 गुड़िया (A और B दोनों को मिलाकर) बनाने के लिए पर्याप्त होती है। B प्रकार की गुड़ियों के लिए विशेष वेशभूषा की जरूरत होती है और प्रतिदिन केवल 600 वेशभूषा ही उपलब्ध हो पाती है। कम्पनी को A प्रकार और B प्रकार की गुड़ियों पर क्रमशः प्रति गुड़िया ₹ 3 और ₹ 5 का लाभ होता है। लाभ को अधिकतम करने के लिए प्रतिदिन दोनों प्रकारों की कितनी गुड़िया बनानी चाहिए। इस समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 6

(b) निम्नलिखित संकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए। 4

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

3. (a) एक विपणन प्रबंधक के पास 5 विक्रेता (सेल्समैन) और 5 बिक्री जिले है। बिक्रेताओं की क्षमता और जिलों के स्वरूप को ध्यान में रखते हुए विपणन प्रबंधक प्रत्येक जिले में प्रत्येक विक्रेता द्वारा प्रति माह की जाने वाली बिक्री (हजार ₹ में) का अनुमान निम्न अनुसार लगाता है। 7

		जिले				
		1	2	3	4	5
	A	32	38	40	28	40
	B	40	44	28	21	36
विक्रेता,	C	41	27	33	30	37
	D	22	38	41	36	36
	E	29	33	40	35	39

जिलों के विक्रेताओं का नियतन ज्ञात कजिए ताकि बिक्री अधिकतम हो।

(b) निम्नलिखित आव्यूह खेल के लिए अल्पमहिष्ठ और महाल्पिष्ठ मान ज्ञात कीजिए। 3

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B & & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

क्या इस आव्यूह का पल्याण बिन्दु है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(c) निम्नलिखित तालिका एक रैखिक प्रोगामन समस्या की एकधा पुनरावृत्तियों के दौरान प्राप्त होती है। 2

		-1	-2	0	0	0
1	x_1	1	2	-1	0	1
0	x_4	0	3	-1	1	2
		0	4	-1	0	1

चर्चा कीजिए कि इष्टतम हल का अस्तित्व है या नहीं।

4. (a) निम्नलिखित रैखिक प्रोगामन समस्या को एकधा विधि से हल कीजिए। 5

$z = 2x + y + 2z$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$3x - y + 2z \leq 12$

$-2x + 4y \leq 9$

$-x + 3y + 8z \leq 15$

$x, y, z \geq 0.$

(b) दर्शाइए कि सदिशों का समुच्चय 5

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

E^3 का आधार है।

5. (a) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल के आकार को समानीत कीजिए। इस प्रकार खेल को हल कीजिए। 4

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

(b) (i) निम्नलिखित समस्या के द्वैत का सूत्रीकरण कीजिए। 6

$z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$
$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 12$$
$$x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 14$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(ii) जाँच कीजिए कि आद्य का सुसंगत हल (2, 2, 2) है या नहीं तथा द्वैत का सुसंगत हल $\left(\frac{1}{3}, 3, \frac{7}{3}\right)$ है या नहीं।

(iii) द्वैत का प्रयोग करके यह जाँच कीजिए कि आद्य का इष्टतम हल (2, 2, 2) है।

6. (a) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 6

		P_2			
P_1	1	3	-3	7
	2	5	4	-6

(b) नीचे दी गई परिवहन समस्या के लिए आव्यूह–न्यूनतम विधि द्वारा प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल प्राप्त कीजिए। उसकी परिवहन खर्चा भी ज्ञात कीजिए। **4**

1	2	3	(10)
4	5	6	(5)
7	8	9	(8)
(6)	(7)	(4)	

7. (a) नीचे दी गई परिवहन समस्या के प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल का प्रयोग करके समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए। **6**

	1	2	3	4	उपलब्धता
I	1 (40)	2	3	3 (30)	70
II	2	4 (28)	1	1 (10)	38
III	1	2	3 (30)	2 (2)	32
आवश्यकता	40	28	30	42	

(b) निम्नलिखित समुच्चय की अवमुखता का परीक्षण कीजिए। **4**

$$S = \{ (x, y) : \quad x + y \le 8 \text{ or } 2x + y \le 10, \; x \ge 0, \; y \ge 0 \}.$$