## BPHE-101/PHE-01/PHE-02 : ELEMENTARY MECHANICS

Time: $\mathbf{1}^{1 ⁄ 2}$ hours
Maximum Marks : 25
Note: Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning.

1. Attempt any two parts:
(a) State impulse momentum theorem. A batsman hits a cricket ball of mass 120 g with a speed of $40 \mathrm{~ms}^{-1}$. The fielder stops the ball and the ball comes to rest in his hands in $10^{-3} \mathrm{~s}$. Calculate the average force exerted by the fielder's hands on the ball. Using the work-energy theorem, calculate the work done on the ball by this average force.
(b) A girl of mass 60 kg rides a bicycle of mass $2+4$ 20 kg at a steady speed of $5 \mathrm{~ms}^{-1}$. What power does she have to supply to maintain this speed if she is travelling on
(i) on a level ground, and
(ii) going up an incline of $30^{\circ}$ ? It is given that the force of friction is 30 N in each case. Take $\mathrm{g}=9.8 \mathrm{~ms}^{-2}$.
(c) A ball of mass 1.0 kg is moving in a circle of $\mathbf{1 + 5}$ radius 1.0 m . Calculate its acceleration if it moves with a constant angular speed of 2.0 rads $^{-1}$. Suppose the ball starts from rest and moves with a constant angular acceleration of 0.02 rads $^{-2}$. What is the net force on the ball 60 s after it starts moving from rest?
(d) A frictionless bead of mass $m$ slides down a vertical helix of radius $R$ such that its position vector at time $t$ is given by

$$
\vec{r}(t)=a(\cos \omega t \hat{i}+\sin \omega t \hat{j})-\frac{1}{2} g t^{2} \hat{k}
$$

Calculate the velocity, angular momentum and torque experienced by the bead. $\mathbf{1 + 3 + 2}$
2. Attempt any one part :
(a) Derive the law of equal areas for motion under central forces.
(b) Consider the motion of a system of two $2+3$ particles of masses $m_{1}$ and $m_{2}$ under the action of mutual force of gravitation between them. Define the centre of mass and relative coordinates for the system. Obtain the equation of motion of the centre of mass of the system.
3. (a) Suppose a star of mass $1.0 \times 10^{30} \mathrm{~kg}$ and $3+2$ radius $10^{6} \mathrm{~km}$ contracts into a neutron star of radius 10 km . What would its time period of rotation be if the time period of the original star is 20 days? What is the kinetic energy of rotation of the neutron star ?
(b) Determine the force on a child of mass $m$ in the frame of a lift moving upwards with acceleration $\vec{a}$. Draw the free body diagram.

## OR

3. (a) Two particles of mass 4 kg each are connected by a light rope of length 2 m . The particles are isolated and orbit their centre of mass at a speed of $2 \mathrm{~ms}^{-1}$. Suppose the rope is somehow shortened to a length 1 m . Calculate the initial and final angular momenta of the system. What is the final speed of the particles? $\quad \mathbf{2 + 1 + 2}$
(b) A ball of mass 1 kg travels at a speed of 3 $1 \mathrm{~ms}^{-1}$ in the northern hemisphere at latitude $30^{\circ} \mathrm{N}$. Determine the magnitude of the coriolis force on the ball in the earth's rotating frame.

बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01/पी.एच.ई.-02
विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

## सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2012
बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01/पी.एच.ई.-02 : प्रारंभिक यांत्रिकी
समय : $1^{1 / 2}$ घण्टे अधिकतम अंक : 25
नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिये गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. कोई दो भाग करें :
(a) आवेग-संवेग प्रमेय का कथन दें। एक बल्लेबाज़ द्रव्यमान 120 g की एक क्रिकेट की गेंद को $40 \mathrm{~ms}^{-1}$ की चाल से मारता है। फील्डर गेंद को रोकता है और गेंद उसके हाथों में $10^{-3}$ s में विरामावस्था में आ जाती है। फील्डर के हाथों द्वारा गेंद पर लगाया गया औसत बल प्राप्त करें। कार्य-ऊर्जा प्रमेय का प्रयोग कर, इस औसते बल द्वारा गेंद पर किया गया कार्य प्राप्त करें। $1+3+2$
(b) द्रव्यमान 60 kg की एक बच्ची 20 kg द्रव्यमान की एक $2+4$ साइकिल को $5 \mathrm{~ms}^{-1}$ की अचर चाल से चलाती है। इस चाल को बनाए रखने के लिए उसे कितनी शक्ति लगानी होगी जब वह :
(i) समतल भूमि पर चल रही हो, और
(ii) $30^{\circ}$ ढलान वाले नत तल पर ऊपर की ओर चल रही हो ? दिया है कि दोनों स्थितियों में 30 N का घर्षण बल लगता है। $\mathrm{g}=9.8 \mathrm{~ms}^{-2}$ लें।
(c) द्रव्यमान 1.0 kg की एक गेंद त्रिज्या 1.0 m वाले वृत्त में $1+5$ गतिमान है। यदि वह $2.0 \mathrm{rads}^{-1}$ की अचर कोणीय चाल से गति कर रही है, तो उसके त्वरण की गणना करें। मान लें कि गेंद विरामावस्था से चलना शुरु करती है और $0.02 \mathrm{rads}^{-2}$ के अचर कोणीय त्वरण से गति करती है। विरामावस्था से चलना शुरु करने के 60 s बाद गेंद पर लग रहा नेट बल क्या है ?
(d) द्रव्यमान $m$ का एक घर्षणहीन मनका त्रिज्या $R$ की ऊध्र्वाधर कुंडलिनी पर चलता है और समय t पर उसका स्थिति सदिश होता है :
$1+3+2$
$\vec{r}(t)=a(\cos \omega t \hat{i}+\sin \omega t \hat{j})-\frac{1}{2} g^{2} \hat{k}$
मनके के वेग और कोणीय संवेग तथा उस पर लग रहे बल आघूर्ण की गणना करें।
2. कोई एक भाग करें :
(a) केंद्रीय बलों के अधीन गति के लिए समान क्षेत्रफल 5 नियम व्युत्पन्न करें।
(b) अपने बीच लग रहे पारस्परिक गुरुत्वाकर्षण बल के $2+3$ अधीन गतिमान दो कणों का निकाय ले जिसमें कणों के द्रव्यमान $\mathrm{m}_{1}$ और $\mathrm{m}_{2}$ हैं। निकाय के संहति केंद्र और आपेक्षिक निर्देशांकों को परिभाषित करें। निकाय के संहति केंद्र का गति का समीकरण प्राप्त करें।
3. (a) मान लें कि द्रव्यमान $1.0 \times 10^{30} \mathrm{~kg}$ का एक तारा $\mathbf{3 + 2}$ जिसकी त्रिज्या $10^{6} \mathrm{~km}$ है, सिकुड़ कर 10 km त्रिज्या वाला न्यूट्रॉन तारा बन जाता है। यदि मूल तारे का घूर्णन का आवर्त काल 20 दिन हो, तो न्यूट्रॉन तारे का घूर्णन का आवर्त काल क्या होगा ? न्यूट्रॉन तारे की घूर्णन की गतिज ऊर्जा क्या है ?
(b) त्वरण $\overrightarrow{\mathrm{a}}$ से ऊपर की ओर गतिमान लिग़्ट में द्रव्यमान $2+1$ m के एक बच्चे पर लग रहा बल प्राप्त करें। बलनिर्देशक आरेख खींचें।

## या

3. (a) दो कण जिनमें से प्रत्येक का द्रव्यमान 4 kg है, 2 m लंबाई की एक हल्की रस्सी से जुड़े हैं। कणों का निकाय विलगित है। ये कण अपने संहति केंद्र की $2 \mathrm{~ms}^{-1}$ की चाल से परिक्रमा कर रहे हैं। मान लें कि किसी तरह रस्सी की लंबाई घट कर 1 m रह जाती है। निकाय के प्रारंभिक और अंतिम कोणीय संवेग प्राप्त करें। कणों की अंतिम चाल क्या होगी ?
$2+1+2$
(b) द्रव्यमान 1 kg की एक गेंद $1 \mathrm{~ms}^{-1}$ की चाल से उत्तरी गोलार्ध में $30^{\circ} \mathrm{N}$ के अक्षांश पर गतिमान है। पृथ्वी के घूर्णी तंत्र में गेंद पर लग रहे कोरिओलिस बल का परिमाण प्राप्त करें।

# BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.) 

Term-End Examination

December, 2012

## BPHE-101/PHE-01/PHE-02 : OSCILLATIONS AND WAVES

## Time: $\mathbf{1}^{1 / 2}$ hours

Maximum Marks : 25
Note: Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Log-tables or non-programmable calculators may be used. Symbols have their usual meanings.

1. Attempt any five parts:
$5 \times 3=15$
(a) A 4 kg block stretches a spring by 16 cm from its unstretched position. The block is removed, and a 5 kg body is hung from the same spring. If the spring is then stretched and released, calculate its period of oscillation.
(b) A particle moves in a circular path due to superposition of two mutually perpendicular oscillations given by:

$$
\text { and } \begin{aligned}
& x=a \cos \omega t \\
& y=a \sin \omega t
\end{aligned}
$$

Show that the particle moves with uniform speed.
(c) A particle is simultaneously subjected to two simple harmonic motions in the same direction, each of amplitude 0.4 m and frequency 5 Hz . The initial phases are zero and $\frac{\pi}{3}$ respectively. Calculate the amplitude and phase of the resultant oscillation.
(d) The transverse displacement of a string fixed at both ends is given by :

$$
y=0.06 \sin \left(\frac{2 \pi x}{3}\right) \cos (120 \pi t)
$$

where $x$ and $y$ are in metre and $t$ in second. The length of the string is 1.5 m and its mass per unit length is $2.0 \times 10^{-2} \mathrm{kgm}^{-1}$. Calculate the tension in the string.
(e) A pipe of length 20 cm is open at both ends. Which harmonic mode of the pipe is in resonance with a source of frequency 1700 Hz ? Speed of sound $=340 \mathrm{~ms}^{-1}$.
(f) The quality factor of weakly damped oscillator of frequency 500 Hz is 2000 . Calculate the time in which its energy becomes $10 \%$ of the initial value.
(g) An ambulance blowing a siren of frequency 700 Hz is travelling towards a vertical reflecting wall with a speed of $2 \mathrm{~ms}^{-1}$. Calculate the number of beats heard in one second by the driver of the ambulance. Speed of sound is $340 \mathrm{~ms}^{-1}$.
(h) The phase velocity $v$ of a wave in a certain medium is given by :

$$
v^{2}=a \lambda+\frac{\mathrm{b}}{\lambda}
$$

where $\lambda$ is the wavelength and $a$ and $b$ are constants. Show that the group velocity is
equal to phase velocity if $\lambda=\sqrt{\frac{b}{a}}$
2. Answer any two parts :
(a) What is a compound pendulum ? Derive the expression for the time period of a compound pendulum. What is meant by equivalent length of such a pendulum ? 1,3,1
(b) The velocity of a weekly damped forced 4,1 oscillator in the steady state is given by :

$$
v=\frac{\mathrm{F}_{0} \omega}{m\left[\left(\omega_{0}^{2}-\omega^{2}\right)^{2}+4 b^{2} \omega^{2}\right]^{1 / 2}}
$$

where the symbols have their usual meanings. Derive the expression for the
power absorbed in one cycle. Show that the power absorbed is maximum at resonance.
(c) Derive the expression for the velocity of transverse waves on a stretched string.

बी.पी.एच.ई.-101/पी.एच.ई.-01/पी.एच.ई.-02 : दोलन और तरंगे
समय : $1^{1 / 2}$ घण्टे
अधिकतम अंक : 25
नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिये गए हैं। आप लॉग-सारणियों अथवा कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं पाँच भागों के उत्तर लिखें :
$5 \times 3=15$
(a) 4 kg का एक पिंड एक कमानी को उसके अतनित लंबाई से 16 cm तनित करता है। इस कमानी से पिंड को हटाकर एक 5 kg का पिंड लटकाया जाता है। यदि कमानी को तनित कर छोड़ दिया जाए तो इसका आवर्तकाल परिकलित करें।
(b) निम्नलिखित दो परस्पर लंबवत दोलनों के अध्यारोपण के फलस्वरूप एक कण वृत्तीय पथ के अनुदिश गमन करता है :

$$
x=a \cos \omega t
$$

और

$$
y=a \sin \omega t
$$

सिद्ध करें कि कण एकसमान चाल से गमन करता है।
(c) किसी कण पर एक साथ दो संरेख सरल आवर्त गतियां आरोपित की जाती है। प्रत्येक सरल आवर्त गति का आयाम 0.4 m तथा आवृत्ति 5 Hz है। इन दोलनों की आरंभिक कलाएं क्रमशः शून्य तथा $\frac{\pi}{3}$ हैं। परिणामी दोलन का आयाम तथा कला परिकलित करें।
(d) दोनों किनारों पर बद्ध तार के अनुप्रस्थ विस्थापन का व्यंजक है :

$$
y=0.06 \sin \left(\frac{2 \pi x}{3}\right) \cos (120 \pi t)
$$

जहां $x$ तथा $y$ मीटर में तथा t सेकेंड में हैं। तार की लंबाई 1.5 m है तथा इसके प्रति इकाई लंबाई द्रव्यमान का मान $2.0 \times 10^{-2} \mathrm{kgm}^{-1}$ है। तार में तनाव परिकलित करें।
(e) एक 20 cm लंबी नली दोनों किनारों पर खुली है। 1700 Hz आवृत्ति वाले श्रोत के साथ नली की कौन सी संनादी विधा अनुनाद करेगी? धवनि की चाल $=340 \mathrm{~ms}^{-1}$.
(f) आवृत्ति 500 Hz वाले एक दुर्बलतः अवमंदित दोलित्र का गुणता कारक 2000 है। समय का वह मान परिकलित करें जिसमें इस दोलित्र की ऊर्जा का मान, आरंभिक मान का 10 प्रतिशत रह जाता है।
(g) एक ऐम्बुलेंस जिसके सायरन की आवृत्ति 700 Hz है एक उर्ध्वाधर परावर्ती दीवार को ओर $2 \mathrm{~ms}^{-1}$ चाल से गमन कर रहा है। ऐम्बुलेंस के चालक द्वारा सुने जाने वाले प्रति सेकेंड विस्पंदों की संख्या परिकलित करें। ध्वनि की चाल $340 \mathrm{~ms}^{-1}$ है।
(h) एक तरंग का किसी माध्यम में कला वेग निम्न प्रकार से निरूपित होता है :

$$
v^{2}=a \lambda+\frac{b}{\lambda}
$$

जहाँ $\lambda$ तरंगदैर्ध्र्य है तथा $a$ और $b$ स्थिरांक हैं। सिद्ध करें कि तरंग का समूह वेग, उसके कला वेग के बराबर है यदि

$$
\lambda=\sqrt{\frac{b}{a}} .
$$

2. किन्हीं दो भागों के उत्तर लिखें :
(a) पिंड लोलक क्या होता है ? पिंड लोलक के आवर्तकाल के लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें। ऐसे लोलक की तुल्यकाली लंबाई से आप क्या समझते हैं ?

1, 3, 1
(b) स्थायी अवस्था में दुर्बलतः अवमंदित प्रणोदित दोलक 4,1 के वेग का व्यंजक है :

$$
v=\frac{\mathrm{F}_{0} \omega}{m\left[\left(\omega_{0}^{2}-\omega^{2}\right)^{2}+4 b^{2} \omega^{2}\right]^{1 / 2}}
$$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। एक चक्र में अवशोषित शक्ति के लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें। सिद्ध करें कि अनुनाद पर अवशोषित शक्ति का मान अधिक्तम होता है।
(c) किसी तनित तार पर संचरित अनुप्रस्थ तरंग के वेग के 5 लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें।

