

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2012

**(APPLICATION ORIENTED COURSE)
AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH**

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

Weightage : 70%

Note : Attempt five questions in all. Question No.1 is compulsory. Do any four questions out of Questions no. 2 to 7. Calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are **true** and **10** which are **false** ? Give reasons for your answers.
- (a) The optimal solution to an integer linear programming problem can be found by rounding off the optimal solution of its LP relaxation.
- (b) The mean and variance of the Poison distribution are equal.
- (c) The total number of possible sequences for processing 5 jobs on 4 machines is 5^4 .
- (d) A two-dimensional linear programming problem can have at most 2 optimal solutions.

- (e) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1$ is a basic feasible solution for the system of equations

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

2. (a) Solve, by simplex method, the following linear programming problem : 5

$$\text{Minimize } Z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$$

subject to :

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (b) A book binder has one printing press, one binding machine and manuscripts of seven different books. The time required for performing printing and binding operations for different books are shown below : 5

Book :	1	2	3	4	5	6	7
Printing time (Days)	20	90	80	20	120	15	65
Binding time (Days)	25	60	75	30	90	35	50

Find the optimum sequence of processing of the jobs that minimises the total time required. Also compute the optimal time required.

3. (a) The time taken in hours by four different machines for completing four different jobs is given below : 5

		Machines			
		A	B	C	D
Jobs	I	12	30	21	15
	II	18	13	9	31
	III	44	30	24	21
	IV	23	30	28	14

Find the optimal assignment and the optimal time taken to finish the jobs.

- (b) Customers arrive at a single window server according to a Poisson distribution with mean 10 minutes, and the service time is exponential with mean 6 minutes per customer. Find the following : 5
- expected number of customers in the system ;
 - expected number of customers in the queue ;
 - variance of the queue length

4. (a) A particular item has demand of 3000 units per year. The cost of one procurement is Rs. 100 and the holding cost per unit is Rs. 2.40 per year. The replenishment is instantaneous and no shortages are allowed. Determine : 6
- the economic order quantity
 - the number of orders per year
 - the time between orders and
 - the optimum cost per year

- (b) Write the dual of the linear programming problem : 4

$$\begin{aligned} & \text{Min } 2x_1 + 5x_3 \\ & \text{subject to :} \\ & \quad x_1 + x_2 \geq 2 \\ & \quad 2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6 \\ & \quad x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ & \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

5. (a) The jobs, predecessors of the jobs and duration of the jobs, in a project as given below : 5

Job	Immediate Predecessor (s)	Duration (in days)
A	-	15
B	A	10
C	A	12
D	B	5
E	C	16
F	D	8

Draw the network diagram, and hence find the critical path and the optimal duration for completing the project.

- (b) Solve the ILPP given below by graphical method : 5

$$\begin{aligned} & \text{Max } 3x_1 + 4x_2 \\ & \text{subject to } 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ & \quad 3x_1 + 11x_2 \leq 66 \\ & \quad x_1, x_2 \text{ are non. negative integers.} \end{aligned}$$

6. (a) Find an initial basic feasible solution using Vogel's approximation method and hence find an optimum transportation schedule for the following data : 5

		Destination			Capacity (in units)
		A	B	C	
Sources	I	10	7	8	45
	II	15	12	9	15
	III	7	8	12	40
Demand (units)		25	55	20	

- (b) An unbiased die is thrown. Let X be the random variable denoting the number appearing on the throw of the die. Find the random variate X corresponding to 0.55. 3

- (c) Using the mixed generator 2

$$r_{n+1} = (5r_n + 6) \pmod{7},$$

Calculate r_4 when $r_0 = 4$.

7. (a) A diet for a sick person must contain at least 4000 units of vitamins, 50 units of minerals and 1400 calories. Two foods A and B are available at a cost of Rs. 4 and Rs. 3 per unit, respectively. If one unit of Food A contains 200 units of vitamins, 1 unit of mineral and 40 calories, and one unit of Food B contains 100 units of vitamins, 2 units of minerals and 40 calories. Find, by graphical method, what combination of foods A and B be used to minimise the cost. 6

- (b) In an automobile company, the daily production of scooters varies from 146 to 154, depending upon the availability of raw material and other conditions, as shown in the chart below :

Production per day	146	147	148	149	150	151	152	153	154
Probability	0.04	0.09	0.12	0.14	0.11	0.10	0.20	0.12	0.08

Use the following random numbers

80, 76, 43, 18, 65, 61, 57

to simulate the process to find out the average number of scooters manufactured daily.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2012

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

कुलका : 70%

नोट : कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य है और कौन से कथन असत्य हैं? अपने उत्तरों के कारण बताइए। 10
- (a) एक पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का इष्टतम हल इसके छूट के साथ LP के इष्टतम हल को निकटतम पूर्णांक बिन्दु तक पूर्ण करने पर प्राप्त किया जा सकता है।
- (b) प्वांसा बंटन के माध्य और प्रसरण बराबर होते हैं।
- (c) 4 मशीनों पर 5 जॉबों के प्रक्रम के लिए संभावित अनुक्रमों की संख्या 5^4 हैं।
- (d) एक द्वि-विमीय रैखिक प्रोग्रामन समस्या के अधिकतम 2 इष्टतम हल हो सकते हैं।

- (e) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1$ निम्नलिखित समीकरण-निकाय के आधारी सुसंगत हल है :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

2. (a) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को एकधा विधि से हल कीजिए :

$$Z = x_1 - 3x_2 + 2x_3 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि :

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (b) एक जिल्दसाज के पास एक प्रिंटिंग प्रेस, एक जिल्द चढ़ाने वाली मशीन और सात अलग-अलग पुस्तकों की हस्त लिपियाँ हैं। अलग-अलग पुस्तकों की प्रिंटिंग (मुद्रण) और जिल्द चढ़ाने संबंधी संक्रियाओं के लिए अपेक्षित समय नीचे दिया गया है :

पुस्तक	1	2	3	4	5	6	7
मुद्रण समय (दिनों में)	20	90	80	20	120	15	65
जिल्दसाज कार्य में समय (दिनों में)	25	60	75	30	90	35	50

कुल अपेक्षित समय के न्यूनतम करने के लिए जॉबों के प्रक्रम का इष्टतम अनुक्रम ज्ञात कीजिए। अपेक्षित इष्टतम समय भी परिकलित कीजिए।

3. (a) चार अलग-अलग जॉबों को पूरा करने के लिए चार अलग-अलग मशीनों द्वारा लिया गया समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

		मशीन			
		A	B	C	D
जॉब	I	12	30	21	15
	II	18	13	9	31
	III	44	30	24	21
	IV	23	30	28	14

इष्टतम नियतन और जॉबों को पूरा करने के लिए लिया गया इष्टतम समय ज्ञात कीजिए।

- (b) एक खिड़की वाले सेवक (सर्वर) में ग्राहक प्वासां बंटन के अनुसार पहुँचते हैं, जिसका माध्य 10 मिनट है और सेवा-काल चरघातांकीय है जिसका माध्य 6 मिनट प्रति ग्राहक है निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :
- (i) प्रणाली में आने वाले ग्राहकों की प्रत्यागित संख्या
(ii) पंक्ति में ग्राहकों की प्रत्यागित संख्या
(iii) पंक्ति-लम्बाई का प्रसरण

4. (a) एक विशिष्ट वस्तु की माँग 3000 इकाइयाँ प्रतिवर्ष है। एक प्राप्ति की लागत 100 रु. है और प्रति इकाई की धारण लागत प्रतिवर्ष 2.40 रु. है। पुनः पूर्ति तुरंत होती है और वस्तु-कमियों की अनुमति नहीं है। इस प्रकार निर्धारित कीजिए :
- (i) आर्थिक आर्डर मात्रा

- (ii) प्रति वर्ष आर्डरों की संख्या
 (iii) आर्डरों के बीच समय और
 (iv) प्रति वर्ष कुल इष्टतं लागत
- (b) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या की है तो लिखिए : 4

$$2x_1 + 5x_3 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि :

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

5. (a) एक परियोजना में जॉबों, जॉबो के पूर्वगों और जॉबों की अवधि नीचे दी गई है : 5

जॉब	निकटतम पूर्ववर्ति	अवधि (दिनों में)
A	-	15
B	A	10
C	A	12
D	B	5
E	C	16
F	D	8

नेटवर्क आरेख बनाइए, और इस तरह परियोजना को पूरा करने के लिए क्रांतिक पथ और इष्टतम अवधि ज्ञात कीजिए।

- (b) नीचे दिए गए ILPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

$3x_1 + 4x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि : $3x_1 - x_2 \leq 12$

$3x_1 + 11x_2 \leq 66$

x_1, x_2 ऋणैतर पूर्णांक हैं।

6. (a) वोगल की सन्निकटन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित 5
आंकड़े का एक प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए
और इस तरह इस आंकड़े का इष्टतम परिवहन नियोजन
ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य			इकाइयों में क्षमता
		A	B	C	
स्रोत	I	10	7	8	45
	II	15	12	9	15
	III	7	8	12	40
मांग (इकाइयाँ)		25	55	20	

- (b) एक अनमिनत पांसा फेंका जाता है। मान लीजिए X 3
पांसे के फेंकने पर आने वाली संख्या के निरूपित करने
वाला यादृच्छिक चर है। 0.55 के संगत यादृच्छिक
विचर X ज्ञात कीजिए।
- (c) मिश्र जनक 2

$r_{n+1} = (5r_n + 6)$ (माड्यूलो 7) का प्रयोग
करके r_4 परिकलित कीजिए जब $r_0 = 4$.

7. (a) एक बीमार व्यक्ति के आहार में 4000 इकाइयाँ विटामिन, 50 इकाइयाँ खनिज लवण और 1400 कैलोरियाँ होना जरूरी है। दो आहार A और B क्रमशः 4 रु. और 3 रु. से प्रति इकाई की लागत पर उपलब्ध है। यदि आहार A की एक इकाई में 200 इकाइयाँ विटामिन, एक इकाई खनिज लवण और 40 कैलोरियाँ है और आहार B में 100 इकाइयाँ विटामिन, 2 इकाइयाँ खनिजलवण और 40 कैलोरियाँ हैं। ग्राफीय विधि से ज्ञात कीजिए कि लागत को न्यूनतम करने के लिए आहार A और B के किस सम्मिश्रण का प्रयोग किया जाना चाहिए। 6
- (b) एक ऑटोमोबाइल कम्पनी में स्कूटरों का दैनिक उत्पादन कच्चे माल की उपलब्धता और अन्य स्थितियों के आधार पर 146 से 154 के बीच होता है, जैसा कि नीचे चार्ट में दिखाया गया है : 4

प्रतिदिन उत्पादन	146	147	148	149	150	151	152	153	154
प्रचिकता	0.04	0.09	0.12	0.14	0.11	0.10	0.20	0.12	0.08

प्रतिदिन निर्मित होने वाले स्कूटरों की औसत संख्या ज्ञात करने के लिए प्रक्रम को अनुकरित करने के लिए निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं का प्रयोग कीजिए :

80, 76, 43, 18, 65, 61, 57.