No. of Printed Pages : 8 **PHE-06**

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2013

PHYSICS

PHE-06 : THERMODYNAMICS AND STATISTICAL MECHANICS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *All questions are* ***compulsory.*** *Marks are given with each question. You can use* ***log tables*** *and non-programmable calculators. Symbols have their usual meanings.*

1. Answer ***any three*** parts : **5x3=15**

(a) What are isothermal and isobaric processes ? Give an example of an isothermal - isobaric process. Draw p-T diagrams for an

(i) Isothermal compression and

(ii) Isobaric expansion

(b) A mass m of a liquid at temperature T_1 is mixed with an equal mass of the same liquid at temperature T_2. The system is thermally insulated. Show that the change in the entropy of the system is

$$2\,m\,C_p \ln \frac{(T_1 + T_2)/2}{\sqrt{T_1\,T_2}}$$ where C_p is the specific heat at constant pressure.

(c) What is the physical meaning of Fermi energy ? How is it related to Fermi temperature ? Calculate the Fermi temperature for electrons in a white dwarf star having number density of 10^{36} electrons m^{-3}. **1+1+3**

(d) What is meant by root mean square speed of a gas ? Express it in terms of temperature and molecular weight of a gas. Calculate V_{rms} for H_e atoms at 250 K. Take $m_{H_e} = 6.67 \times 10^{-27}$ kg. **1+1+3**

2. Show that the work done by a gas during an adiabatic expansion process is given by : **3+2**

$$W = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$$

A gas is suddenly compressed by 10 times its original pressure. Calculate the rise in the temperature of the gas if its initial temperature is 27°C ($\gamma = 1.5$).

OR

Name the thermocouple that can be used for measuring temperature of 70 K. Calculate the thermo emf across the two junctions of a thermo couple with $C_1 = 54.8\ \mu V°C^{-1}$ and $C_2 = 0.05\mu\ V°C^{-2}$ when its hot junction is at 200°C more than the cold junction temperature. **1+4**

3. Derive van der Waal's equation of state for a real gas. Discuss the shortcomings of this equation. State any one modified equation of State that overcomes these short comings. **5+4+1**

OR

What do you mean by mean free path of gas molecules ? Show that the mean free path is given by $\lambda = \frac{1}{\sigma n}$ where σ is the collision cross-section and n is the molecular density. Write down the exact relation for λ obtained by taking into account the Maxwellian distribution of molecular velocities. **2+6+2**

4. (a) Establish the relation : **4+1**

$$C_p - C_v = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$ and show that $C_p \to C_v$ as $T \to 0$.

(b) What is Gibbs phase rule ? Salt is gradually added by way of a special mechanism to a beaker containing ice and water in equilibrium under a bell-jar. The latter contains air at atmospheric pressure. Using Gibbs phase rule compute the number of degrees of freedom when : **1+2+2**

(i) all the salt goes into solution, and

(ii) some salt remains undissolved. Name the variables corresponding to these degress of freedom.

5. Attempt **any two** parts :

(a) Two particles are to be accommodated in three energy states. Calculate the number of ways in which this can be done if the particles obey : **5**

(i) Classical statistics

(ii) Fermi - Dirac statistics

(b) What is Bose - Einstein condensation ? Show that Bose - Einstein condensation temperature is given by : **1+4**

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m k_B}\left[\frac{N}{2.612V}\right]^{2/3}$$

(c) The partition function for an N - particle system is given by : **3+2**

$$Z_N = Z^N = \frac{V^N}{h^{3N}}\left(\frac{2\pi m}{\beta}\right)^{\frac{3N}{2}}$$

Obtain the expression for heat capacity at constant volume, C_v and Helmholtz free energy F.

Physical Constants :

$h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} Jk^{-1}$

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.–06 : ऊष्मागतिकी तथा सांख्यिकीय यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं। प्रत्येक प्रश्न के साथ अंक दिए गए हैं। आप लॉग सारणियाँ तथा अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटरों का इस्तेमाल कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. **किन्हीं तीन** भागों को हल करें : **5x3=15**

 (a) समतापी और समदाबी प्रक्रम क्या होते हैं ? समतापी-समदाबी प्रकम का एक-एक उदाहरण दें।

 (i) समतापी संपीडन और

 (ii) समदाबी प्रसार प्रकमों के लिए p-T आरेख खीचें।

 (b) m ग्राम पानी को तापमान T_1 पर उतनी ही मात्रा के तापमान T_2 वाले पानी में मिला दिया जाता है। यह तंत्र ताप ऊष्मारोधी है। सिद्ध करें कि तंत्र की एन्ट्रॉपी परिवर्तन निम्नलिखित है :

 $$2\,m\,C_p\,\ln\frac{(T_1+T_2)/2}{\sqrt{T_1\,T_2}}$$ जहाँ C_p नियत दाब पर प्रति मोल ऊष्मधारिता है।

(c) फर्मी ऊर्जा का भौतिक अर्थ क्या है? यह फर्मी तापमान से किस तरह संम्बंधित है? 10^{36} इलेक्ट्रान m^{-3} वाले श्वेत वामन तारा इलेक्ट्रान तंत्र का फर्मी तापमान परिकलित करें। **1+1+3**

(d) गैस के वर्ग माध्य मूल चाल से आप क्या समझते हैं? इसे तापमान और अणुभार के पदों में व्यक्त करें। 250 K तापमान पर H_e अणुओं की V_{rms} परिकलित करें। $m_{H_e} = 6.67 \times 10^{-27}$ kg लें। **1+1+3**

2. सिद्ध करें कि रूद्धोष्म प्रसार प्रकम के अन्तर्गत किया गया कार्य निम्नलिखित व्यंजक द्वारा दिया जाता है : **3+2**

$$W = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$$

जहां प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। एक गैस को अचानक अपने मूल दाब से 10 गुना संपीड़ित किया जाता है। अगर इस गैस का प्रारांभिक तापमान 27°C है तो गैस का बढ़ा हुआ तापमान परिकलित करें। $\gamma = 1.5$ है।

अथवा

70 K तापमान मापने वाले ताप-वैद्युत युग्म का नाम बताऐं। ताप-वैद्युत युग्म की दो संधियों के बीच तापीय e.m.f. परिकलित करे जबकि इसका तप्त संधि तापमान शीत संधि तापमान से 200°C अधिक है। $C_1 = 54.8 \mu V°C^{-1}$ और $C_2 = 0.05\ \mu V°C^{-2}$ दिया गया है। **1+4**

3. वास्तविक गैस के लिए वाण्डर वाल्स अवस्था समीकरण व्युत्पन्न करें। इस समीकरण की कमियों की चर्चा करें। वाण्डरवाल्स समीकरण की कमियों रहित कोई एक प्रावस्था समीकरण लिखें।

अथवा **5+4+1**

गैस के अणुओं के माध्य मुक्त पथ से आप क्या समझते हैं? सिद्ध करें कि माध्य मुक्त पथ का समीकरण निम्नलिखित व्यंजक द्वारा दिया जाता है : **2+2+6**

$\lambda = \frac{1}{\sigma n}$ जबकि σ संघट्टन अनुप्रस्थ परिच्छेद है और n अणु संख्या घनत्व है। मैक्सवेल वेग बंटन के आधार पर प्राप्त माध्य मुक्त पथ का यथातथ संबंध लिखें।

4. (a) निम्नलिखित संबंध स्थापित करें : **4+1**

$$C_p - C_v = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$ तथा सिद्ध करें कि $C_p \to C_v$ जबकि $T \to 0$.

(b) गिब्ज प्रावस्था नियम क्या है? बेलजार के नीचे रखे एक बीकर में बर्फ और पानी साम्य में हैं। किसी विशेष क्रियाविधि के कारण इस बीकर में नमक धीरे-धीरे डाला जाता है। जार में हवा वायुमंडलीय दाब पर है। गिब्ज प्रावस्था नियम का उपयोग कर स्वातंत्र्य कोटि संख्या F परिकलित करें, जब : **1+2+2**

(i) समस्त लवण घुल जाता है, और

(ii) कुछ लवण बिना घुलेरह जाता है। इन स्वातंत्र्य कोटि संख्याओं के संगत संभव चर ज्ञात करें।

5. **कोई दो** भाग करें : **5**

(a) दो कणों को तीन ऊर्जा अवस्थाओं में संमजित किया जाता है। इन कणों को कितने तरीकों से इन अवस्थाओं में बंटित किया जा सकता है यदि ये निम्नलिखित सांख्यिकीयों का अनुपालन करते है :

(i) चिरप्रतिष्ठित सांख्यिकी

(ii) फर्मी-डिरैक सांख्यिकी।

(b) बोस -आइन्स्टाइन संघनन क्या है? सिद्ध करें कि बोस- आइन्स्टाइन संघनन तापमान निम्नलिखित समीकरण द्वारा दिया जाता है : **1+4**

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m k_B}\left[\frac{N}{2.612V}\right]^{2}3$$

(c) N कण वाले तंत्र का संवितरण फलन निम्नलिखित व्यजंक द्वारा दिया जाता है : **3+2**

$$Z_N = Z^N = \frac{V^N}{h^{3N}}\left(\frac{2\pi m}{\beta}\right)^{\frac{3N}{2}}$$

अचर आयतन पर ऊष्माधारिता C_v और हेल्महोल्ट्स मुक्त ऊर्जा F का व्यंजक व्युत्पन्न करें।

भौतिक स्थिरांक

$h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} Jk^{-1}$