

019/3
1

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2013

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

Weightage : 70%

Note : Question no. 1 is compulsory. Do any four questions out of question no. 2 to 7. Use of Calculator is not allowed.

1. Which of the following statements are **true** and which are **false** ? Give reason for your answer. 5x2=10
- (a) If the dual LPP has an unbounded solution, primal problem has an infeasible solution.
 - (b) In marking assignments only columns having more than one zero should be preferred.
 - (c) Every game matrix has a unique saddle point.
 - (d) Finite union of convex sets is convex.
 - (e) If the $n \times n$ matrices A and B are non-singular than $A + B$ is non-singular.
2. (a) Obtain all basic feasible solutions to the 3
 following system of linear equations :
 $2x_1 + x_2 - x_3 = 2$
 $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3.$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

- (b) Using the initial basic feasible solution for the transportation problem given below, find an optimal solution for the problem. 7

4	8	8	56
(56)			
16	24	16	82
(16)	(25)	(41)	
8	16	24	77
	(77)		
72	102	41	

3. (a) Use simplex method to solve the following LPP : 6

Maximize $Z = 4x_1 + 10x_2$
 subject to $2x_1 + x_2 \leq 50$, $2x_1 + 5x_2 \leq 100$,
 $2x_1 + 3x_2 \leq 90$, $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$. Also find the alternate optimal solution, if any.

- (b) Use the graphic method to solve the following LPP : 4

Minimize $Z = -x_1 + 2x_2$ subject to
 $-x_1 + 3x_2 \leq 10$, $x_1 + x_2 \leq 6$,
 $x_1 - x_2 \leq 2$, $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$.

4. (a) Obtain the dual of the following LPP 5

Maximize $Z = x_1 - 2x_2 + 3x_3$
 subject to $-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$,
 $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$,
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

Your answer should have unrestricted variables.

- (b) For the following matrix game, write down the equivalent LPP for solving the game. 5

B

$$A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. (a) Use two-phase simplex method to 6
 Maximize $Z = 3x_1 - x_2$
 subject to $2x_1 + x_2 \geq 2$, $x_1 + 3x_2 \leq 2$, $x_2 \leq 4$,
 $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.
- (b) Find the initial basic feasible solution of the 4
 following transportation problem using
 matrix-minima method. Also, check
 whether this solution is optimal or not.

		Destination				
Origin	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Availability	
O ₁	1	2	1	4	30	
O ₂	3	3	2	1	50	
O ₃	4	2	3	9	20	
Requirement	20	40	30	10		

6. (a) A person manufactures two types of lamps, 3
 say A and B. Both lamps pass through two
 technicians : first a cutter, and second a
 finisher. Lamp A requires 2 hours of the
 cutter's time and 1 hour of the finisher's
 time. Lamp B requires 1 hour of the cutter's
 time and 2 hours of the finisher's time. The
 cutter has 104 hours and the finisher has
 76 hours of available time each month. The
 profit on one lamp A is ₹ 6.00, and on one
 lamp B is ₹ 11.00. Assuming that she can
 sell all that she produces, formulate the
 problem of maximization of profit as an LPP.

- (b) Use the principal of dominance to reduce the size of the following game. Hence solve the game 4

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

- (c) Give an example of an LPP with unbounded solution. 3

7. (a) The profit achieved on assigning 5 different jobs to 5 different people are given below. Find the assignment that maximizes the profit, and the maximum profit. 5

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 9 & 0 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 3 & 2 & 9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 6 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

- (b) Solve the following game graphically : 5

$$\begin{array}{c} \text{Player B} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \\ -7 & 9 \\ -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{Player A} \end{array}$$

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बीडीपी)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

कुल का: 70%

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य है कौन से असत्य।
अपने उत्तरों के कारण दीजिए। 5x2=10
- (a) यदि एक द्वैती LPP का हल अपरिबद्ध है, तो आद्य का हल सगंत होगा।
- (b) नियतन को चिन्हित करते समय एक से अधिक शून्य वाले स्तम्भों को वरीयता देनी चाहिए।
- (c) प्रत्येक खेल आव्यूह का केवल अद्वितीय पल्याण बिन्दु होता है।
- (d) अवमुख समुच्चयों के परिमित सम्मिलन अवमुख होता है।
- (e) यदि A और B दो $n \times n$ व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं तो $A + B$ भी व्युत्क्रमणीय होगा।
2. (a) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के संकाय के सभी 3
आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए।
- $$2x_1 + x_2 - x_3 = 2$$
- $$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$
- $$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (b) नीचे दिये गये परिवहन समस्या के प्रारम्भिक आधारी 7
सुसंगत हल का प्रयोग करके समस्या का इष्टतम हल
ज्ञात कीजिए।

4	8	8	56
(56)			
16	24	16	82
(16)	(25)	(41)	
8	16	24	77
	(77)		
72	102	41	

3. (a) एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP को 6
हल कीजिए।

$Z = 4x_1 + 10x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए
जबकि $2x_1 + x_2 \leq 50$, $2x_1 + 5x_2 \leq 100$,
 $2x_1 + 3x_2 \leq 90$, $x_1, x_2 \geq 0$. वैकल्पिक इष्टतम हल यदि
हैं तो ज्ञात कीजिए।

- (b) ग्राफीय विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP को 4
हल कीजिए।

$Z = -x_1 + 2x_2$ का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि
 $-x_1 + 3x_2 \leq 10$,
 $x_1 + x_2 \leq 6$
 $x_1 - x_2 \leq 2$
 $x_1, x_2 \geq 0$.

4. (a) निम्नलिखित LPP की द्वैती ज्ञात कीजिए। 5

$Z = x_1 - 2x_2 + 3x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए जब
कि

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

आप के उत्तर में अप्रतिबंधित चर होने आवश्यक हैं।

- (b) निम्नलिखित खेल आव्यूह को हल करने के लिए समतुल्य LPP लिखिए। 5

B

$$A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. (a) द्वि चरण एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP को हल कीजिए। 6

$$Z = 3x_1 - x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि}$$

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (b) आव्यूह-न्यूनतम विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए। यह भी जाँच कीजिए कि यह हल इष्टतम है या नहीं। 4

गंतव्य					
मूल	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	उपलब्धता
O ₁	1	2	1	4	30
O ₂	3	3	2	1	50
O ₃	4	2	3	9	20
आवश्यकता	20	40	30	10	

6. (a) एक व्यक्ति दो प्रकार के चिराग बनाता है। चिराग A तथा चिराग B। दोनों प्रकार के चिराग दो तकनीशियनों से गुजरते हैं: पहले कर्तक से और उसके बाद परिसज्जक से। चिराग A को बनाने में कर्तक 2 घंटे व परिसज्जक 1 घंटा लगाता है। चिराग B को बनाने में कर्तक 1 घंटा व परिसज्जक 2 घंटे लगाता है। 1 महीने में कर्तक के पास 104 घंटे व परिसज्जक के पास 76 घंटे का समय उपलब्ध है। चिराग A पर लाभ ₹ 6.00 चिराग B पर लाभ 3

₹ 11.00 है। यह मान लीजिए कि वह जितने चिराग बनाता है सभी को बेच देती है। इस के लाभ का अधिकतमीकरण करने वाली समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए।

- (b) प्रमुखता के नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल के आकार को समानीत कीजिए। इस प्रकार खेल हल कीजिए। 4

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

- (c) अपरिबद्ध हल वाली LPP का एक उदाहरण दीजिए। 3

7. (a) 5 भिन्न कामों को 5 भिन्न व्यक्तियों में नियतन करने से प्राप्त लाभ निम्नलिखित है। वह नियतन ज्ञात कीजिए जिससे लाभ अधिकतम हो सके। अधिकतम लाभ ज्ञात कीजिए। 5

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 9 & 0 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 3 & 2 & 9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 6 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

- (b) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 5

खिलाड़ी B

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \\ -7 & 9 \\ -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

खिलाड़ी A