BMTC-132

सत्रीय कार्य पुस्तिका

अवकल समीकरण

1 जनवरी 2025 से 31 दिसंबर 2025 तक वैध

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068
(2025)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्षिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको **एक सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रष्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देषों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन

संख्या...............................

नाम : ....

पता : ....

....

पाठ्यक्रम संख्या : ....

पाठ्यक्रम शीर्षक : ....

सत्रीय कार्य संख्या : ....

अध्ययन केंद्र : ....   दिनांक : ....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिए गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।

3) प्रत्येक काग़ज़ पर बांयें, ऊपर और नीचे 4 से. मी. की जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रष्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2024 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2024 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप जनवरी, 2025 का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेषों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की फ़ोटोकॉपी ज़रूर रखिए।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: BMTC-132
सत्रीय कार्य कोड: BMTC-132/TMA/2025
अधिकतम अंक: 100

1. a) अवकल समीकरण : (8)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x+y+1}{4x+2y-1}$$

का हल प्राप्त कीजिए।

b) युगपत समीकरणों : (7)

$$\frac{dx}{y-z} = \frac{dy}{z-x} = \frac{dz}{x-y}$$

का हल प्राप्त कीजिए।

2. a) प्राचल विचरण विधि से अवकल समीकरण : (8)

$$y'' + y = \sec^2 x$$

का व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

b) यदि : (7)

$$Z = x^2 y + 2xy^4$$

जहाँ $x = \sin zt$

और $y = \cos t$

तो $\frac{dz}{dt}$ ज्ञात कीजिए : (i) श्रृंखला नियम और (ii) प्रत्यक्ष प्रतिस्थापन से जहाँ $t = 0$ ।

3. a) सत्यापित कीजिए कि अवकल समीकरण : (10)

$$z(x^2 - y^2 - z^2)dx + (x+z)xz\,dy + x(z^2 - x^2 - xy)\,dz = 0$$

समाकलनीय है और इसका समाकल भी ज्ञात कीजिए।

b) हल कीजिए : (5)

$$y' = \frac{zy^4 + x^4}{xy^3}$$

4. a) समीकरण : (8)

$$x(y^2 - z^2)u_x + y(z^2 - x^2)u_y + z(x^2 - y^2)u_z = 0$$

का व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

b) $f(x,y) = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$ द्वारा दिए गए फलन के लिए दिखाइए कि : (7)

$$\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y) = \lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0} f(x,y) = 0$$

लेकिन $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ का अस्तित्व नहीं होता।

5. a) दिखाइए कि निम्नलिखित फलन f, $(0,0)$ पर अवकलनीय है : (8)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \text{if } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

b) समीकरण $px + qy = pq$ का पूर्ण हल प्राप्त कीजिए। (7)

6. a) चारपिट विधि का उपयोग करते हुए, अवकल समीकरण $p^2x + q^2y = z$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। (7)

b) बिन्दु $(1,-1)$ पर फलन $f(x,y) = 5x^4y^2 + 6x^2y^3$ के लिए, आंशिक अवकलज f_x और f_y ज्ञात कीजिए। (3)

c) समघात फलनों के लिए, ऑयलर प्रमेय का कथन लिखिए तथा फलन $u = \dfrac{x^3 + y^3}{x + y}$ के लिए उसका सत्यापन कीजिए। (5)

7. a) एक शहर की जनसंख्या में किसी (उस) समय की जनसंख्या के समानुपात की दर पर वृद्धि होती है। उसकी प्रारम्भिक जनसंख्या 500 में 10 वर्षों में 15% वृद्धि हो जाती है। 30 वर्षों में यह जनसंख्या कितनी हो जाएगी? (6)

b) दर्शाइए कि फलन : (4)

$$f(x,y) = \begin{cases} y\sin\dfrac{1}{x} + x\sin\dfrac{1}{y}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ 1 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

बिन्दु $(0,0)$ पर संतत नहीं है।