BMTE-144

l=h; dk;Z iqfLrdk

Lukrd mikf/k dk;Øe

ch- ,e- Vh- bZ- & 144

lka[;kRed fo'ys"k.k

¼01 tuojh] 2023 ls 31 fnlEcj] 2023 rd oS/k½

ijh{kk QkWeZ Hkjus ls igys l=h; dk;Z tek djuk t:jh gSA

foKku fo|kihB
bfUnjk xka/kh jk"Vªh; eqDr fo'ofo|ky;
eSnku x<+h] ubZ fnYyh – **110 068**

2023

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक l=h; dk;l करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

l=h; dk;l ls lcf/kr funl'k

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ……………………………..

नाम : ……………………………..

पता : ……………………………..

……………………………..

……………………………..

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………….

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………….

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………….

अध्ययन केंद्र : ………………………………. दिनांक : ……………………..........

---

dk;l dl lgh vkj 'kh?kz eY;kdu dl fy, fn;l x, ik:i dk lgh vuqlj.k djA

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2024 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

'kHkdkeukvk dl lkFkA

l=h; dk;

ikB;Øe dkM: ch-,e-Vh-b--**144**
l=h; dk; dkM : ch-,e-Vh-b--**144**/Vh ,e ,/**2023**
vf/kdre vad: **100**

Hkkx – v **(40** vad**)**

1. क) न्यूटन–रैफ्सन विधि द्वारा समीकरण $2x^3 = 3x + 6$ का सन्निकट मूल ज्ञात कीजिए। $x_0 = 2$ लेकर केवल 3 पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (3)

ख) द्विघाती समीकरण $x^2 + ax + b = 0$ के मूल α और β दिए गए हैं। दिखाइए कि पुनरावृत्ति $x_{k+1} = \dfrac{-(ax_k + b)}{x_k}$ $x = \alpha$ के समीप अभिसरित होगी जब $|\alpha| > |\beta|$ के मान ज्ञात कीजिए। (4)

ग) यदि $\delta^2 f(x_0) = C_1 h^2 f''(x_0) + C_2 h^4 f^{(4)}(x_0) + \cdots$, तो C_1 और C_2. (3)

2. क) समीकरण निकाय

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

को हल करने के लिए गाउस–सीडल विधि का प्रयोग किया गया। विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए न्यूटन के विभाजित अंतर सूत्र द्वारा अंतर्वेशन बहुपद ज्ञात कीजिए : (3)

x	0	1	2	4
y	1	1	2	5

ग) सांश्लेषिक विभाजन विधि का प्रयोग करके यह दर्शाइए कि 2, समीकरण $p(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2 = 0.$ का एक सरल मूल है। (2)

3. क) गाउस–जॉर्डन विधि द्वारा आव्यूह

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। (5)

ख) फलन $f(x) = \dfrac{4}{3}x^3 + 5\ln x,\ 10 \le x \le 20,$

के मानों की तालिका बनाने के लिए सोपान लंबाई का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जिससे कि द्वितीय घात अंतर्वेशन का प्रयोग 5×10^{-6} तक की परिशुद्धता तक किया जा सके। (5)

4. क) निम्नलिखित तालिका में लुप्त मान ज्ञात कीजिए :

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	–	18	–	90

(5)

ख) आदि मान समस्या $\frac{dy}{dx} = xy,\ y(1) = 2$ जहां $h = 0.2$ के लिए चिरप्रतिष्ठित चतुर्थ कोटि रूंगे–कुट्टा विधि द्वारा $y(1.2)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (5)

Hkkx – c **(40** vad**)**

5. क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए, गाउस पश्चांतर विधि का प्रयोग करके $f(x)$ को अंतर्वेशी करने वाला बहुपद प्राप्त कीजिए :

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
f(x)	1.40	1.56	1.76	2.00	2.28

अतः, $f(0.45)$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

ख) विश्रामावस्था से आरंभ कर रही एक गाड़ी का वेग पहले घंटे के लिए निम्नलिखित तालिका में दिया गया है। सिम्प्सन का $\frac{1}{3}$ नियम लागू करके, इस घंटे में गाड़ी द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए :

t = समय मिनट में	10	20	30	40	50	60
v = वेग किमी/घंटे में	80	60	70	75	70	80

(5)

6. क) $h = 0.5$ और $h = 0.25.$ लेकर समलंबी नियम द्वारा $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ का मूल्यांकन कीजिए। रॉम्बर्ग विधि द्वारा π का सर्वोत्तम मान ज्ञात कीजिए। (5)

ख) गर्शगोरिन परिबंधों का प्रयोग करके आव्यूह

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

के आइगेनमान आकलित कीजिए। (5)

7. क) घात विधि द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का परिमाण में अधिकतम आइगेनमान व संगत आइगेनसदिश ज्ञात कीजिए :

$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ प्रारम्भिक सन्निकटन $(1,\ 0,\ o)^T$ लेकर 4 पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (5)

ख) विधि

$$x_{n+1} = \frac{1}{9}\left[5x_n + \frac{5N}{x_n^2} - \frac{N^2}{x_n^5}\right],\ n = 0, 1, 2, \ldots$$

जहाँ N एक धन अचर है, $N^{1/3}$ की ओर अभिसरित होती है। विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

8. क) गाउस–जॉर्डन विधि से आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। (4)

ख) सांश्लेषिक विभाजन विधि से बहुपद

$$x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 8x^2 + 4x - 40$$

को $(x-3)$ से विभाजित कीजिए और अवशेष ज्ञात कीजिए। (2)

ग) घात ≤ 3 वाला वह अद्वितीय बहुपद $f(x)$ निर्धारित कीजिए जिसके लिए $f(x_0) = 1,\ f'(x_0) = 2,$ $f(x_1) = 2,\ f'(x_1) = 3,$ जहाँ $x_1 - x_0 = h.$ (4)

Hkkx – I (20 vad)

9. क) सरलतम रूप में एक ऐसा अंतर्वेशन बहुपद प्राप्त कीजिए जो निम्नलिखित आँकड़ों को आसंजित करता हो :

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	-4	5	-6

. (3)

ख) सिद्ध कीजिए कि $\mu^2 = 1 + \frac{\delta^2}{4}.$ (2)

ग) समीकरण $f(x) = 0$ का साधारण मूल ज्ञात करने के लिए पुनरावृत्ति विधि

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

की अभिसरण कोटि निर्धारित कीजिए। (5)

10. क) ऑयलर विधि से आदि मान समस्या को हल कीजिए

$$y' = \frac{1}{x^2 - 3y},\ y(3) = 2.$$

$h = 0.1$ लेते हुए $y(3.1)$ ज्ञात कीजिए। (2)

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करने के लिए गाउस–सीडल पुनरावृत्ति विधि को आव्यूह रूप में स्थापित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

दिखाइए कि पुरावृत्ति विधि अभिसरित होती है और अतः इसकी अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

ग) रैखिक अंतर्वेशन में त्रुटि लिखिए। इस तरह, दिखाइए कि त्रुटि

$$|error| \leq \frac{h^2}{8} \max |f''(x)|$$

जहाँ $h = x_1 - x_0,\ x \in [x_0, x_1].$ (3)