

BMTC-132

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.एससी.)
(बी.एस.सी.जी / बी.ए.जी)

अवकल समीकरण

1 जनवरी, 2023 से 31 दिसम्बर, 2023



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली - 110 068

(2023)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको **एक सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र : दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2019 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: BMTC-132
सत्रीय कार्य कोड: BMTC-132/TMA/2023
अधिकतम अंक: 100

भाग क (30 अंक)

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए : (5×2=10)

क) y^2 अवकल समीकरण :

$$6xy \, dx + (4y + 9x^2)dy = 0 \text{ का समाकलन गुणक है।}$$

ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{d} = y$, जहाँ $y(0) = 0$, के हल का अस्तित्व है लेकिन हल अद्वितीय नहीं है।

ग) अंतराल $]0, \pi[$ में समीकरण $\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$ समघात रैखिक समीकरण है।

घ) अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = y, y(0) = 0$$

के हल का अस्तित्व है, परंतु हल अद्वितीय नहीं है।

ड.) फौफियन अवकल समीकरण $(2xy^2 + 2xy + 2xz^2 + 1)dx + dy + 2z \, dz = 0$ समाकलनीय है।

2. क) अवकल समीकरण :

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{1}{x^3} e^{-3x}, x > 0.$$

को प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए। (5)

ख) मान लीजिए एक थर्मामीटर जिसके घर के अंदर रीडिंग 75°F है, उसे बाहर रखा जाता है, जहाँ वायु तापमान 15°F है। दो मिनट के बाद थर्मामीटर की रीडिंग 30°F पाई जाती है। किसी भी समय t पर थर्मामीटर के तापमान की रीडिंग $T(t)$ ज्ञात कीजिए। (5)

3. क) आंशिक अवकल समीकरण :

$$(x - y)p + (y - x - z)q = z$$

का समाकल पृष्ठ ज्ञात कीजिए जो वृत्त $z = 1, x^2 + y^2 = 1$ से गुजरता हो। (5)

ख) हल कीजिए $:(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0.$ (5)

भाग ख (40 अंक)

4. क) चार्पिट विधि से आंशिक अवकल समीकरण $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। (4)

ख) अनिर्धारित गुणांक विधि से अवकल समीकरण :

$$(D^3 + 2D^2 - D - 2)y = e^x + x^2.$$

को हल कीजिए। (4)

ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$ को हल कीजिए। (2)

5. क) एक कण विरामावस्था से एक माध्यम, जिसमें प्रतिरोध λv^2 प्रति इकाई द्रव्यमान है, में नीचे गिरता है। v किसी भी समय t पर कण का वेग है। सिद्ध कीजिए कि कण द्वारा समय t में तय की गई दूरी $\frac{1}{\lambda} \ln \cosh(t\sqrt{g\lambda})$ है, जहाँ g गुरुत्वीय त्वरण है। (5)

ख) हल कीजिए : $(y^2 + yz)dx + (z^2 + zx)dy + (y^2 - xy)dz = 0$. (5)

6. क) हल कीजिए : $(D^2 + 5DD' + 5D'^2)z = x \sin(3x - 2y)$. (5)

ख) हल कीजिए : $\frac{dx}{y^2 + yz + z^2} = \frac{dy}{z^2 + zx + x^2} = \frac{dz}{x^2 + xy + y^2}$. (5)

7. क) प्राचल विचरण विधि द्वारा समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$$

का हल प्राप्त कीजिए। (4)

ख) चार्पिट विधि द्वारा समीकरण $(p + q)(px + qy) = 1$ का हल प्राप्त कीजिए। (4)

ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + y + 1}$. (2)

भाग ग (30 अंक)

8. क) हल कीजिए : $(D^2 - DD' - 2D)z = \sin(3x + 4y) + e^{2x+y}$. (5)

ख) प्राचल विचरण विधि से निम्नलिखित अवकल समीकरण: $y'' - 2y' + y = \frac{12e^x}{x^3}$ को हल कीजिए। (5)

9. क) हल कीजिए : $x^2y'' - 2xy' - 4y = x^2 + 2 \ln x$. (5)

ख) समीकरण $(7y - 3x + 3)dy + (3y - 7x + 7)dx = 0$ का हल प्राप्त कीजिए। (5)

10. क) अनिर्धारित गुणांक विधि से निम्नलिखित समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$ का हल प्राप्त कीजिए। (5)

ख) चार्पिट विधि से समीकरण $zp^2 - y^2p + y^2q = 0$ को हल कीजिए। (5)