

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 11

प्रायिकता और सांख्यिकी

(01 जनवरी, 2024 से 31 दिसंबर, 2024 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2024

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2024 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2024 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2025 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: MTE-11
सत्रीय कार्य कोड : MTE-11/टी एम ए/2024
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तरों के कारण दीजिए। (10)
- i) यदि $y = ax - b$, है तो x और y के बीच सहसंबंध गुणांक का अस्तित्व नहीं होता है यदि अस्तित्व होता है तो यह शून्य होगा।
- ii) एक प्रासामान्य बंटन के माध्य, माधिका और मानक विचलन समान होते हैं।
- iii) यदि $x \geq y$ है तो $y - x$ का मान हमेशा धनोत्तर होगा और $E(x) \leq E(y)$.
- iv) यदि दो अनभिन्नत पासों को फेंका जाता है, तो दोनों के समान स्कोर 6 आने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ होगा।
- v) यदि ज्ञात माध्य μ और अज्ञात प्रसरण σ^2 वाला एक यादृच्छिक चर x प्रासामान्य बंटित है तब $\frac{x - \mu}{\sigma}$ एक सांख्यिकीय है लेकिन $(x - \mu)$ सांख्यिकीय नहीं है।
2. क) एक बंटन के 2 के सापेक्ष पहले तीन आघूर्ण क्रमशः 1, 16 और -40 हैं। बंटन की वैषम्य परिकलित कीजिए। (3)
- क) n आमाप के प्रतिदर्श वाले प्वासों बंटन के प्राचल λ का अधिकतम संभावित आकलन ज्ञात कीजिए। इसका प्रसरण भी ज्ञात कीजिए। (4)
- ग) यदि x प्राचल θ वाला चरघातांकी बंटन है तो $\log_e x$ का घनत्व फलन ज्ञात कीजिए। (3)
3. क) यदि $x \sim n(\mu, \sigma^2)$. है तो $x - c$ का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए जहाँ c एक अचर है। (3)
- ख) $H_0 : p = \frac{1}{2}$ प्रतिकूल $H_1 : p = \frac{3}{4}$. का परीक्षण करने के लिए मान लीजिए कि एक सिक्के को एक बार उछाले जाने पर उस पर चित आने की प्रायिकता P है। सिक्के को 3 बार उछाला जाता है तथा H_0 को अस्वीकार कर दिया जाता है, यदि 2 से अधिक 'चित' प्राप्त होते हैं। इस परीक्षण की प्रकार I और प्रकार II की त्रुटियों की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। परीक्षण की क्षमता भी ज्ञात कीजिए। (5)
- ग) एक अनभिन्नत पासे को दो बार फेंका जाता है। मान लीजिए A_1 वह घटना है कि पहले पासे पर विषम फलन आता है और A_2 वह घटना है कि कुल स्कोर विषम है। A_1 और A_2 की स्वातंत्र्यता की जाँच कीजिए। (2)
4. क) मान लीजिए $f(x, y) = x + y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$.
- (i) x और y के बीच सहसंबंध गुणांक और
- (ii) $E(y/x)$ ज्ञात कीजिए। (6)

ख) दर्शाइए कि विचरण को प्रेक्षणों के पारस्परिक अंतर $x_i - x_j$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है जो कि

$$S^2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_j)^2. \quad (4)$$

5. क) x और y का संयुक्त प्रायिकता बंटन इस प्रकार है: (4)

	$x \rightarrow$	0	1	2
$y \downarrow$				
0		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$
1		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{40}$
2		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{20}$	—
3		$\frac{1}{120}$	—	$\frac{1}{120}$

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए:

- (i) $P(x=1, y=2)$
- (ii) $P(x=0, 1 \leq y < 3)$
- (iii) $P(x+y \leq 1)$
- (iv) $P(x > y)$

ख) प्रत्येक क्लीनिक के थर्मामीटर को निरीक्षण और परीक्षण के आधार पर चार वर्गों A, B, C और D में से किसी एक वर्ग में वर्गीकृत किया जाता है। पिछले अनुभव के आधार पर किसी एक निर्माता द्वारा बनाये गये थर्मामीटरों का चारों वर्गों में बंटन का अनुपात निम्नलिखित है : (6)

वर्ग:	A	B	C	D
अनुपात:	0.87	0.09	0.03	0.01

निर्माता द्वारा 1336 थर्मामीटरों का एक नया लॉट निरीक्षण के लिए आता है जिसके वर्गों का बंटन निम्नलिखित है :

वर्ग:	A	B	C	D
थर्मामीटरों की संख्या:	1188	91	47	10

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि नये लॉट के थर्मामीटरों के वर्गीकरण और पिछले अनुभव के थर्मामीटरों के वर्गीकरण में अंतर है।

6. क) एक कंपनी के विज्ञापनों में खर्च और बिक्री की सूचना निम्नलिखित है : (6)

	विज्ञापन में खर्च (x) (लाख रु. में)	बिक्री (y) (लाख रु. में)
--	--	-----------------------------

माध्य	10	90
प्रसरण	9	144
x और y के बीच सहसंबंध गुणांक 0.8 है।		

यदि कंपनी का बिक्री लक्ष्य रु. 120 लाख है तो विज्ञापन में कितना खर्चा होना चाहिए?

ख) पुलिस गति नियंत्रण के लिए एक शहर में 4 भिन्न-भिन्न स्थानों पर रडार ट्रैप लगाती है। प्रत्येक स्थान L_1, L_2, L_3 और L_4 पर रडार ट्रैप 40%, 30%, 20% और 30% समय तक काम करते हैं। एक व्यक्ति के अपने काम पर जाते समय इन स्थानों से गुजरने की प्रायिकता क्रमशः 0.2, 0.1, 0.5 और 0.2 है। वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उस व्यक्ति का अधिक गति के लिए चालान किया जाएगा। (4)

7. क) निम्नलिखित आकड़ों के लिए माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए : (5)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0 – 10	5
10 – 20	10
20 – 30	24
30 – 40	15
40 – 50	6

ख) शेबीशेव की असमिका का कथन दीजिए। इसका प्रयोग करके $P[-1 < x < 9]$ का निम्न परिबंध प्राप्त कीजिए यदि x का $E(x)$ और $E(x^2)$ क्रमशः 4 और 20 हैं। (5)

8. क) मान लीजिए X निम्नलिखित प्रा.घ.फ.

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, 0 \leq x < \infty, \text{ से लिया गया एक प्रेक्षण है।}$$

यदि वैकल्पिक परिकल्पना $H_0: \theta = 2$ के विरुद्ध $H_1: \theta = 1$, के परीक्षण के लिए क्रांतिक प्रदेश $X \geq 1$ है, तो प्रकार I और प्रकार II त्रुटियों के मान प्राप्त कीजिए। (5)

ख) एक विद्यार्थी के भौतिक विज्ञान परीक्षण पास करने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है और विद्यार्थी के भौतिक वान और अंग्रेजी दोनों के परीक्षण पास करने की प्रायिकता $\frac{14}{15}$ है। विद्यार्थी के कम-से-कम एक परीक्षण पास करने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। विद्यार्थी के अंग्रेजी परीक्षण पास करने की प्रायिकता क्या है? (2)

ग) निम्नलिखित बंटन के लिए संचयी बारंबारता वक्रों को अनुरेखित कीजिए :

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 10	4
10 – 20	8
20 – 30	11
30 – 40	15
40 – 50	12

50 – 60	6
60 – 70	3

ग्राफ़ से माध्यिका प्राप्त कीजिए।

(3)

9. क) माध्य μ और प्रसरण σ^2 वाली समष्टि से आमाप 3 वाला एक यादृच्छिक प्रतिदर्श X_1, X_2 और X_3 है। μ , का आकलन करने के लिए T_1, T_2 और T_3 आकलक हैं जो कि निम्नलिखित हैं :

$$T_1 = X_1 + X_2 - X_3; T_2 = 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 \text{ और } T_3 = \frac{1}{3}(\lambda X_1 + X_2 + X_3). \quad (5)$$

i) क्या T_1 और T_2 अनभिन्नत हैं? कारण दीजिए।

ii) λ का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए T_3 अनभिन्नत हो।

iii) इनमें से कौन-सा सबसे अच्छा आकलक है? कारण सहित बताइए।

- ख) दो समूहों में से 100 पदों वाले पहले समूह का माध्य 15 और मानक विचलन 3 है। पूरे समूह में 250 पद हैं और उनका माध्य 15.6 और मानक विचलन $\sqrt{13.44}$ है। दूसरे समूह का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

(5)

10. क) निम्नलिखित प्रा.घ.फ.

$$f(x, \theta) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x), \quad 0 \leq x \leq \theta. \text{ वाली एक समष्टि से एक प्रेक्षण लिया गया।}$$

θ के लिए $100(1 - \alpha)\%$ का विश्वस्यता अंतराल प्राप्त कीजिए।

(5)

- ख) कीमत (X) और पूर्ति (Y) के 10 प्रेक्षणों से निम्नलिखित आँकड़े (उपयुक्त इकाइयों में) प्राप्त किए गए हैं :

(5)

$$\sum X = 130, \sum Y = 200, \sum X^2 = 2288, \sum Y^2 = 5506 \text{ और } \sum XY = 3467.$$

Y पर X की समाश्रयण रेखा प्राप्त कीजिए और कीमत 16 इकाई होने पर पूर्ति भी आकलित कीजिए।