

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 03

गणितीय विधियाँ

(01 जनवरी, 2024 से 31 दिसंबर, 2024 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2024

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2024 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2024 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2025 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: MTE-03
सत्रीय कार्य कोड : MTE-03/टी एम ए/2024
अधिकतम अंक: 100

1. अपने उत्तर के पक्ष में कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य।
 - i) एक द्विपद बंटन का माध्य 3 और प्रसरण 4 हो सकता है।
 - ii) फलन $f(x) = x^3$ का कोई उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ नहीं होता।
 - iii) y पर x की समाश्रयण रेखा x पर y की समाश्रयण रेखा के समान होती है।
 - iv) समतल $x + 2y - z = 5$ रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ के समांतर होता है।
 - v) एक संतत यादृच्छिक चर का निम्नलिखित प्रायिकता घनत्व फलन हो सकता है

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

2. क) $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}: f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ को परिभाषित कीजिए।

बताइए क्या f एकैकी है, आच्छादी है, एकदिष्ट है? (3)

ख) एक थैले में 3 सफेद गेंदे और 2 लाल गेंदे हैं। एक अन्य थैले में 5 सफेद और 3 लाल गेंदे हैं। एक थैला यादृच्छया चुनकर उसमें से एक गेंद निकली जाती है। यह गेंद सफेद है, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (3)

ग) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए X और Y के बीच सह संबंध गुणांक परिकलित कीजिए: (4)

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 9 | 7 | 6 | 1 | 3 | 9 | 4 |
| Y | 1 | 3 | 5 | 6 | 9 | 6 | 4 |

3. क) फलन $y = \frac{x^2 - 8}{x - 1}$ के ग्राफ के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। (3)

ख) $\left(3a - \frac{4}{a^6}\right)^7$ के द्विपद प्रसार में a से मुक्त पद ज्ञात कीजिए। (3)

ग) किसी प्वांला बंटन में तीन सफलताओं की प्रायिकता ठीक चार सफलताओं की प्रायिकता ठीक चार सफलताओं की प्रायिकता के बराबर है। इसका माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए। दिए गए बंटन के लिए एक से अधिक सफलता की प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए। (4)

4. क) $\int_0^1 \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) dx$ को समाकलित कीजिए। (3)

- ख) प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = e^{-x}, x \geq 0$. वाले यादृच्छिक चर का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए। (4)
- ग) एक क्लब में नौ सदस्य हैं जिनकी आयु 21, 28, 23, 29, 52, 43, 32, 37 और 30 वर्ष हैं। क्लब के अध्यक्ष पद के लिए व्यक्ति का कम से कम 30 वर्ष का होना जरूरी है। अध्यक्ष पद के लिए पात्र समष्टि अनुपात का आकलन करने के लिए आमाप 5 के सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श को चुना जाता है। इस आकलन का माध्य और मानक त्रुटि ज्ञात कीजिए। (3)
5. क) ऐसे गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (0,0,1), (1,0,0), (0,1,0) और (0,0,1). से होकर गुजरता है। (3)
- ख) फलन $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$. के लिए आयलर प्रमेय की जाँच कीजिए। (3)
- ग) दो समूहों में दस-दस पौधे लगाए गए। दोनों समूहों में अलग-अलग प्रकार की खाद डाली गई। प्राप्त परिणाम के अनुसार पहले समूह के पौधों की औसत ऊँचाई 92.44 से.मी. और मानक विचलन 4 से.मी. था। दूसरे समूह के पौधों की औसत ऊँचाई 90 से.मी. और मानक विचलन 2 से.मी. था। 5% सार्थकता स्तर पर इस परिकल्पना का परीक्षण कीजिए कि पौधे की वृद्धि के संदर्भ में पहली खाद दूसरी खाद से बेहतर है।
[दिया गया है: $t_{0.05,18} = 1.734, t_{0.05,20} = 1.729, t_{0.05,22} = 1.721$] (4)
6. क) $(a \times b) \cdot c$ ज्ञात कीजिए जहाँ
 $a = 2i + 3j - k, b = i - 2j + k, c = 3i + 4j + 5k$. (3)
- ख) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए:
$$\cos x \frac{dy}{dx} + \sin xy = xe^{2x} \cos^2 x$$
 (3)
- ग) उद्यान में लगे मटर के पौधे को जीन युग्म Tt , के लिए आनुवंशिकतः मिश्रित किया जाता है, जहाँ जीन T (लंबे के लिए) जीन t (छोटे के लिए) पर प्रभावी है। इस पौधे से 40 लंबे और 20 छोटे पौधे निकले। 5% सार्थकता स्तर पर χ^2 - परीक्षण द्वारा ज्ञात कीजिए कि पौधा स्व.उर्वरित है या एक छोटे पौधे से उर्वरित किया गया है। (4)
7. क) यह ज्ञात है कि प्रत्येक 100 पुरुषों में से 10 पुरुष और प्रत्येक 1000 महिलाओं में से 30 महिलाएँ वर्णाध हैं। एक समुदाय में लगभग आधी जनसंख्या पुरुषों की है। बेज प्रमेय से यह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि समुदाय के सभी वर्णाध व्यक्तियों में से यादृच्छया चुना गया वर्णाध व्यक्ति पुरुष होगा। (3)
- ख) दिखाइए कि $\sin x(1 + \cos x), x = \frac{\pi}{3}$ पर उच्चिष्ठ है। (4)
- ग) श्रेणी $\log 2 + \log 6 + \log 18 + \log 54 + \dots$ के पहले n पदों का योग ज्ञात कीजिए। (3)
8. क) यदि फलन $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 4x + 1$ द्वारा परिभाषित हो तो दिखाइए कि f एकैकी आच्छादी है। f^{-1} को परिभाषित करने वाला सूत्र भी प्राप्त कीजिए। (3)

ख) समाकल $\int \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) dx$ प्राप्त कीजिए। (3)

ग) 9 परीक्षणों वाले एक द्विपद-बंटन के माध्य और प्रसरण का अंतर 4 है। सफलता प्राप्त करने की प्रायिकता p ज्ञात कीजिए। निम्नलिखित प्रायिकताएँ भी ज्ञात कीजिए। (i) ठीक दो सफलताएँ प्राप्त करना (ii) दो से कम सफलताएँ प्राप्त करना। (4)

9. क) A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ A और B के घटित होने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है आर दोनों में से किसी के भी घटित न होने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। घटना A और घटना B की प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए। (3)

ख) यदि $y = e^x + e^{-x}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{y^2 - 4}$ । (3)

ग) निम्नलिखित तालिका में Y पर X समाश्रयण करने वाली सरल रेखा सभंजित कीजिए। (4)

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 3 | 5 |

$x = 10$. के लिए y का मान प्राप्त कीजिए।

10. क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए (i) चतुर्थक विचलन और (ii) माध्य से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए। (4)

| प्राप्त अंक | छात्रों की संख्या |
|-------------|-------------------|
| 15 – 25 | 4 |
| 25 – 35 | 11 |
| 35 – 45 | 14 |
| 45 – 55 | 18 |
| 55 – 65 | 8 |
| 65 – 75 | 5 |

ख) ऐसी दो घनात्मक संख्याएँ x और y ज्ञात कीजिए जिससे कि $x + y = 60$ और xy^3 अधिकतम हो। (3)

ग) तलों $6x - 4y + 2z = 1$ और $3x + 12y - 9z = 2$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। प्राप्त किए गए कोण का प्रकार भी बताइए। (3)