

**MTE-04**

**सत्रीय कार्य पुस्तिका**

**स्नातक उपाधि कार्यक्रम**

**एम. टी. ई. – 04**

**प्रारंभिक बीजगणित**

**(01 जनवरी, 2023 से 31 दिसंबर, 2023 तक वैध)**

**परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।**



**विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068**

**(2023)**

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : ..... दिनांक :

.....

---

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2019 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

**सत्रीय कार्य**  
(इसे खंड 1 और 2 पढ़ने के बाद ही करें।)

कोर्स कोड : एम टी ई - 04

असाइनमेंट कोड : एम टी ई - 04/ टी एम ए / 2023

अधिकतम अंक : 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। (इसका अर्थ है कि यदि आप सोचते हैं कि कोई कथन असत्य है, तो एक संक्षिप्त उपपत्ति या एक उदाहरण ऐसा दीजिए जो यह दर्शाए कि कथन असत्य है। यदि वह सत्य है, तो ऐसा कहने की एक संक्षिप्त उपपत्ति दीजिए। उदाहरणार्थ, यह दर्शाने के लिए कि '{1, पदमा, नीला}' एक समुच्चय है' सत्य है, आपको यह कहने की आवश्यकता है कि यह सत्य है, क्योंकि यह तीन वस्तुओं का एक सुपरिभाषित संग्रह है।)
  - i) वेन आरेखों का संग्रह एक समुच्चय है।
  - ii)  $(A \setminus B) \cup C = A \setminus (B \cap C)$ , किन्हीं तीन समुच्चयों A, B और C के लिए।
  - iii) यदि  $z \in P$ , तो  $|z| = z$  है।
  - iv)  $x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_{m-1}x + a_m = 0$ ,  $a_i \in P \forall i = 1, \dots, m$ , का P में केवल तभी मूल होता है जब m एक विषम संख्या हो।
  - v)  $x + 2 > 1$  के लिए  $x > 0$  आवश्यक है।
  - vi) दो चरों में तीन रैखिक समीकरणों के किसी भी निकाय का कोई हल नहीं होता है।
  - vii) यदि किसी आव्यूह में  $n^2$  प्रविष्टियाँ हैं, जहाँ  $n \in N$ , तो वह एक वर्ग आव्यूह है।
  - viii)  $n > 2$  के लिए, प्रथम n प्राकृत संख्याओं का AM,  $n + 1$  से बड़ा होता है। (16)
2. (क) एक समष्टीय समुच्चय U में किन्हीं दो समुच्चयों A और B के लिए, सिद्ध कीजिए कि  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ . (3)

(ख) समुच्चयों A, B और C को एक वेन आरेख में दीजिए, जहाँ  $A \subseteq B$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$ ,  $B \cap C = \emptyset$  है। आपने समष्टीय समुच्चय क्या चुना? आरेख में अपने चुनाव की पुष्टि कीजिए। (4)

(ग)  $(5x + y, 3x - y) = (2, 2x) \in \Theta \times \Theta$  दिया रहने पर x और y ज्ञात कीजिए। (3)
3. (क)  $z = \frac{1}{-5-i}$  को मानक (बीजीय) रूप में व्यक्त कीजिए। आगे, एक आरगां आलेख दीजिए जिसमें  $z$ ,  $\bar{z}$  और  $-z$  आलेखित किए गए हों। (4)

(ख)  $z_1, z_2$  और  $z_1 z_2$  के ध्रुवीय और घातांकीय निरूपण प्राप्त कीजिए, जहाँ  $z_1 = \frac{1}{2} - 2i$  और  $z_2 = 3 + i$  हैं। (4)

(ग)  $(\sqrt{3} + i)^5$  को  $a + ib$  के रूप में लिखने के लिए द मुआब्र प्रमेय को लागू कीजिए, जहाँ  $a, b \in P$ . (3)

(घ) 1 के पांचवें मूलों का योग ज्ञात कीजिए। (4)
4. (क) न्यूनतम घात वाला P पर एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $i - 3$  और  $\sqrt{7} + 5i$  हों। (2)

(ख) समीकरण  $2x^3 - 23x^2 + 82x - 78 = 0$  का विविक्तकर प्राप्त कीजिए। इस तरह, इसके मूलों की प्रकृति बताइए। (5)

- (ग) समीकरण  $2x^3 - x^2 - 22x - 24 = 0$  के मूल ज्ञात कीजिए, यदि इनमें से दो में अनुपात 3:4 है। (5)
- (घ)  $x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 20x + 5 = 0$  को हल कीजिए, जबकि दिया है कि इसके दो मूलों का योग 4 है। (7)
5. (क) किसी कंपनी के कर्मचारियों को दिए जाने वाला बोनस उनकी राज्य और केन्द्र के कर काटने के बाद कर योग्य आय का 5% है। राज्य का कर कर योग्य आय का 10% है और केन्द्र का कर राज्य का कर काटने के बाद कर योग्य आय का 20% है। एक रैखिक निकाय के रूप में बोनस को निर्धारित करने के लिए इस स्थिति का सूत्रीकरण कीजिए। (4)
- (ख)  $\lambda$  के वे मान निर्धारित करने के लिए जिनके लिए निम्नलिखित रैखिक निकाय संगत है, गाउसीय निराकरण प्रक्रिया का प्रयोग कीजिए :
- $$x - 3y + 4 = 0, 3x - 2y = \lambda, y = 6 - 2x \quad (3)$$
- (ग) जो निकाय आपने 5 (क) में प्राप्त किया है उसे प्रतिस्थापन द्वारा हल कीजिए। (3)
6. क) पुष्टि के साथ, निम्नलिखित के उदाहरण दीजिए :
- i) दो शून्येतर  $3 \times 3$  आव्यूह A और B, जिनके लिए  $|A| = 0, |B| = \frac{5}{7}i$ . (4)
- ii) दो ऐसे व्युत्क्रमणीय  $2 \times 2$  आव्यूह C और D जिनके लिए,  $|C| = \sqrt{2}|D|$ . (4)
- ख) क्या नीचे दिए रैखिक निकाय को हल करने के लिए क्रमर नियम लागू होता है? यदि हाँ, तो इसका प्रयोग कीजिए। अन्यथा निकाय के अंतिम समीकरण को बदल दीजिए, ताकि निकाय का हल इस नियम से प्राप्त हो जाए।
- $$\begin{aligned} x + y + z &= \pi \\ -\pi x + \pi y + \sqrt{2}z &= 0 \\ \pi^2 x + \pi^2 y + 2z &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$
7. क) दर्शाइए कि  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{2(n-1)}$ ,  $n \in \mathbb{N}, n > 1$  के लिए। (4)
- ख) सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1}{2}(x + y + z) \leq \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y}$ , जहाँ  $x, y, z > 0$ . (4)
- ग) मान लीजिए कि  $x_i \in \mathbb{P}$  इस प्रकार है कि  $0 < x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n, n \geq 2$ , तथा  $\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1+x_2} + \dots + \frac{1}{1+x_n} = 1$  है। तब, दर्शाइए कि
- $$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \dots + \sqrt{x_n} \geq (n-1) \left( \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x_n}} \right). \quad (6)$$
- घ) किसी विषम प्राकृत संख्या को दो पूर्णाकों  $m_1$  और  $m_2$  के योग के रूप में इस प्रकार लिखिए कि  $m_1 m_2$  अधिकतम हो। (6)