

**BMTC-132**

**सत्रीय कार्य पुस्तिका**

**स्नातक उपाधि कार्यक्रम**

**बी. एम. टी. सी.-132**

**अवकल समीकरण**

**(01 जनवरी, 2024 से 31 दिसंबर, 2024 तक वैध)**

**परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।**



**विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली - 110 068**

**2024**

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : ..... दिनांक :

.....

---

### कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2024 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2024 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2025 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

**शुभकामनाओं के साथ।**

**सत्रीय कार्य**  
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: **BMTC-132**  
सत्रीय कार्य कोड : **BMTC-132/टी एम ए/2024**  
अधिकतम अंक: 100

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर के पक्ष में लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :

(10×2=20)

- a) तीन चरों वाला वास्तविक मान फलन, जो सर्वत्र संतत है, अवकलनीय होता है।  
b) फलन :  $f(x, y) = \ln\left(\frac{x+y}{x}\right)$  एक समघात फलन नहीं है।  
c) गोलाकार निर्देशांक  $\left(8, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  वाले बिन्दु के बेलनाकार निर्देशांक  $\left(8, \frac{\pi}{6}, 0\right)$  हैं।  
d) साधारण अवकल समीकरण  $y(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \begin{cases} 0, & \text{for } x < 0 \\ 1, & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$$

के अद्वितीय हल  $\forall x \in \mathbb{P}$  का अस्तित्व है।

- e) अवकल समीकरण  $[1 + (y')^2]^{\frac{5}{3}} = y''$  घात 3 का द्वितीय कोटि अवकल समीकरण है।

- f) अवकल समीकरण :

$$\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy^2 = 0$$

$]0, \pi[$  में रैखिक, समघात समीकरण है।

- g) पृष्ठ-कुल  $x^3z + x^2y = c$ , जहाँ  $c$  एक प्राचल है, के संगत संपूर्ण अवकल समीकरण  $3x^2dz + x(y dx + x dy) = 0$  है।

- h) अवकल समीकरण :

$$5x^2y^2z^2 = 2px^2y^2 + 5qx^2y^3 + 2pz^2 + 9x^2y^2$$

एक प्रथम कोटि का अर्ध-रैखिक आंशिक अवकल समीकरण है।

- i) अवकल समीकरण

$$v \frac{du}{dv} = e^{2v} + uv - u$$

समाकलन गुणक  $v \exp(-v)$  होता है।

j) प्रावस्था समतल में एक कण की सरल आवर्त गति का युगपत अवकल समीकरण :

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{-w^2 x} = dt, \quad y(x_0) = y_0 \text{ है।}$$

2. क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : (4)

$$\frac{dy - \tan y}{dx (1+x)} = (1+x)e^x \sec y$$

ख) दिखाइए कि अवकल समीकरण : (6)

$$(y^2 + yx)dx + (z^2 + zx)dy + (y^2 - xy)dz = 0$$

समाकलनीय है और इसका समाकल भी ज्ञात कीजिए।

3. क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : (4)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - 4y = x^2 + 2 \ln x$$

ख) चार्पिट विधि से अवकल समीकरण : (6)

$$p(1+q^2) + (b-z)q = 0,$$

का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए, जहाँ  $b$  एक अचर है।

4. क) निम्नलिखित फलन के सभी प्रथम कोटि आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए : (4)

$$h(x, y, t) = e^{x-t} \cos(y+t)$$

$$\left(0, \frac{\pi}{2}, 0\right)? \frac{\partial h}{\partial t} \text{ पर का मान क्या होगा?}$$

ख) i)  $y = 3x$  ii)  $y = 5x$  के अनुदिश सीमा  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ?  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  ज्ञात कीजिए।

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ? के बारे में आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (3)

ग) यदि  $\cos \alpha, \cos \beta$  और  $\cos \gamma$  एक रेखा की दिक्कोज्याएँ हैं, तब दिखाइए कि : (3)

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2.$$

5. क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : (4)

$$2x \frac{dy}{dx} + y(6y^2 - x - 1) = 0$$

ख) एक वस्तु की कीमत की परिवर्तन दर माँग  $D$  और आपूर्ति  $S$  के बीच के अंतर की समानुपाती है। यदि  $D = \alpha - bP$  और  $S = c \sin \beta t$ , जहाँ  $a, b, c$  और  $\beta$  अचर हैं, तब  $P(t)$  निर्धारित कीजिए। यह दिया गया है कि  $t = 0, P = P_0$  है। (6)

6. क) उस आकाश वक्र के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसमें दो पृष्ठ-कुल

$$u = x^2 + y^2 + 3z = c_1$$

$$\text{और } v = zx + x^2 + y^2 = c_2$$

प्रतिच्छेद करते हैं। (4)

ख) निम्नलिखित दिए गए समीकरण को क्लेरों रूप में रूपांतरित कीजिए और इस तरह इसका व्यापक हल ज्ञात कीजिए : (6)

$$xy(y - px) = x - py$$

इसका विचित्र हल भी ज्ञात कीजिए, यदि इसका अस्तित्व हो तो।

7. क) वक्र-कुल (5)

$$x^2(y - c)^2 + z^2 = c^2 \cos^2 \alpha,$$

जहाँ  $c$  और  $\alpha$  अचर हैं, के अन्वालोप और अभिलाक्षणिक वक्र ज्ञात कीजिए।

ख) लैग्रान्ज विधि से निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : (5)

$$(x^2 - y^2 - z^2)p + 2xq = 2xz$$

8. क) प्राचल विचरण विधि द्वारा अवकल समीकरण (5)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec^3 x \text{ को हल कीजिए।}$$

ख) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : (5)

$$(2xe^y y^4 + 2xy^3 y)dx + (x^2 y^4 e^y - x^2 y^2 - 3x)dy = 0$$

9. क) दिखाइए कि फलन  $f(x, y)$  की सीमा का मूलबिन्दु पर अस्तित्व होता है, जहाँ :

$$f(x, y) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{y} + y \cos \frac{1}{x}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

क्या  $f(x, y)$  की पुनरावर्ती सीमाओं का अस्तित्व है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (5)

ख) फलन :

(5)

$$f(x, y) = x^3 + xy - 2y^2,$$

के लिए

$$f_{xx}(1, 2)(x-2)^2 + f_{xy}(1, 2)(x-2)(y-1) + f_{yy}(1, 2)(y-1)^2$$

द्वारा दिया गया बहुपद ज्ञात कीजिए।