No. of Printed Pages : 12 **BPHCT–131**

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)
(BSCG)
Term-End Examination
December, 2023

BPHCT-131 : MECHANICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *(i) Attempt **all** questions. However, internal choices are given.*

(ii) Marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use a calculator.

---

1. Answer any ***five*** parts : 2 each

(a) Define the terms force and torque.

(b) A batsman hits a cricket ball to a distance of 84 m at an angle of 30° east of north. Write down expressions for the x and y-components of its displacement.

(c) The radioactive decay of a transuranic element is modelled by the equation :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

Solve it if the number of atoms of the element present initially is N_0.

(d) Write auxiliary equation corresponding to the ODE :

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

and obtain its roots.

(e) A steel ball is attached to a string. When it is swung in a circular path in the horizontal plane, the string suddenly breaks near the ball. Show the path taken by the steel ball after the string breaks.

(f) A box lying on ground having coefficient of static friction as 0.35 requires horizontal 65 N force to just start moving. Calculate its mass. Take $g = 10\ \text{ms}^{-2}$.

(g) The differential equation of an oscillator is given by :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 20\frac{dx}{dt} + 25x = 0$$

Calculate the damping factor and specify the nature of damping.

(h) A progressive wave is described by :

$$y(x, t) = A\sin\left[1000\,\pi t - \frac{\pi x}{50}\right] \text{ cm}$$

Calculate its wavelength and frequency.

2. Answer any ***two*** parts :

(a) Obtain the integrating factor for the following ODE and solve it : 5

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = 3x$$

(b) Using the relation for the derivative of a scalar product, show that for a particle undergoing uniform circular motion :

(i) the velocity is perpendicular to the position vector at each instant of time.

(ii) the acceleration is opposite in direction to the position vector and has a magnitude V^2/r. 2+3

(c) Calculate the height of a geostationary orbit from the surface of the earth. 5

Take $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$,

$R_e = 6.37 \times 10^6\ \text{m}$

and $M_e = 5.97 \times 10^{24}\ \text{kg}$

3. Answer any ***two*** parts :

(a) A child weighing 35 kg slides down a ramp having a constant slope of 30°. If the speed of the child increases from 1.5 ms^{-1} to 6.0 ms^{-1} as he reaches the bottom of the ramp, calculate the length of the ramp using the work-energy theorem. Take the force of kinetic friction as 75 N and $g = 10\ \text{ms}^{-2}$. 5

(b) A lift of mass 4500 kg moves 100 m upwards at a constant speed in 10 s. Calculate the average power required by the lift. Take $g = 10\ \text{ms}^{-2}$. 5

(c) Solve the boundary value problem : 5

$$16y'' + y = 0;\ y(0) = 3,\ y(\pi) = 1$$

4. Answer any ***two*** parts :

(a) A merry-go-round has a rotational inertia of 5000 kg m^2 and is initially rotating at an angular speed of 2 r.p.m. A girl jumps onto the platform in the radial direction and the speed of the merry-go-round reduces to 1.5 r.p.m. Calculate the rotational inertia of the girl. 5

(b) A satellite weighing 1000 kg is orbiting the earth in an orbit with semi-major axis 5000 km. Calculate the total mechanical energy of the satellite. Also determine the eccentricity and shape of the orbit if the apogee distance is 7500 km. Take $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} and $M_E = 5.97 \times 10^{24}$ kg. 3+1+1

(c) A billiard ball of mass 70 g hits another billiard ball of the same mass at rest. If the collision is assumed to be elastic, calculate the angle between these balls after the collision. 5

5. Answer any ***two*** parts :

(a) A block of mass 1 kg attached to a spring is made to oscillate with an initial amplitude of 10 cm. After 2.0 minutes, the amplitude decreases to 4 cm. Calculate the time when the amplitude becomes 2 cm and the value of damping factor for this motion. 3+2

(b) A spring mass system is set into longitudinal oscillations. Obtain an expression for its total energy. 5

(c) Two mutually perpendicular harmonic oscillations of the same frequency but different amplitudes and phase difference ϕ are superimposed. Obtain an expression for the resultant motion. 5

BPHCT–131

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

(बी. एस. सी. जी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023

बी.पी.एच.सी.टी.-131 : यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : (i) ***सभी*** प्रश्न अनिवार्य हैं। परन्तु, आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई ***पाँच*** भाग हल कीजिए : प्रत्येक 2

(क) बल एवं बल आघूर्ण की परिभाषा लिखिये।

(ख) एक क्रिकेट खिलाड़ी बॉल को 84 m दूरी पर उत्तर से पूर्व दिशा में 30° के कोण पर मारता है। इसके विस्थापन के x- तथा y-घटकों के व्यंजक लिखिए।

(ग) किसी परायूरेनियम तत्व का रेडियोऐक्टिव क्षय निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

यदि प्रारंभ में तत्व के N_0 अणु की विद्यमान हों, तो इस समीकरण का हल लिखिये।

(घ) समीकरण :

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

के संगत सहायक समीकरण लिखिये तथा उसके मूल ज्ञात कीजिए।

(ङ) एक स्टील की गोली एक धागे से बँधी है। जब इसे वृत्ताकार पथ में क्षैतिज तल में घुमाया जाता है, तो धागा गोली के पास अचानक टूट जाता है। धागा टूटने के बाद वह पथ दिखाइए जिसके अनुदिश गोली जाएगी।

(च) एक बक्सा 0.35 स्थैतिक घर्षण वाले क्षैतिज तल पर रखा हुआ है। इसे गतिमान करने के लिए न्यूनतम 65 N बल की आवश्यकता पड़ती है। इसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें।

(छ) किसी दोलक का अवकल समीकरण निम्नलिखित है :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 20\frac{dx}{dt} + 25x = 0$$

अवमंदन गुणक परिकलित कीजिए और अवमंदन की प्रकृति बताइए।

(ज) एक प्रगामी तरंग को निम्नलिखित व्यंजक द्वारा दर्शाया जाता है :

$$y(x,t) = \text{A}\sin\left[1000\,\pi t - \frac{\pi x}{50}\right] \text{ सेमी.}$$

इसकी तरंगदैर्घ्य एवं आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

2. कोई ***दो*** भाग हल कीजिए : प्रत्येक 5

(क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के लिए समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए तथा उसे हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = 3x$$

(ख) अदिश गुणनफल के अवकलज के सम्बन्ध का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि एकसमान वर्तुल गति करते हुए एक कण के लिए :

(i) वेग सदिश हर समय स्थिति सदिश के लंबवत् होता है।

(ii) त्वरण स्थिति सदिश के विपरीत होता है और उसका मान V^2/r होता है।

(ग) पृथ्वी की सतह से एक भूतुल्यकालो उपग्रह की ऊँचाई परिकलित कीजिए।

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2},$$

$$R_e = 6.37 \times 10^6\ m$$

और $M_e = 5.97 \times 10^{24}\ kg$ लें।

3. कोई ***दो*** भाग हल कीजिए : प्रत्येक 5

(क) 35 kg भार का एक बालक 30° ढाल वाले रैम्प से सर्पी गति करता है। यदि उसक नीचे पहुँचने तक उसकी गति $1.5\ ms^{-1}$ से $6.0\ ms^{-1}$ हो जाती है तो कार्य-ऊर्जा का प्रयोग करके रैम्प की लम्बाई ज्ञात कीजिए। गतिज घर्षण बल 75 N तथा $g = 10\ ms^{-2}$ लें।

(ख) 10 s में 4500 kg भार वाली लिफ्ट समान वेग से 100 m ऊर्ध्वाधर दूरी तय करती है। लिफ्ट के लिए औसत शक्ति की गणना कीजिए। $g = 10\ ms^{-2}$ लें।

(ग) निम्नलिखित परिसीमा–मान समस्या का हल प्राप्त कीजिए :

$$16y'' + y = 0; y(0) = 3, y(\pi) = 1$$

4. कोई **दो** भाग हल कीजिए :

(क) एक मेरी–गो–राउंड का जड़त्व आघूर्ण 5000 kg m^2 है और प्रारंभ में प्रति मिनट 2 परिक्रमण की कोणीय चाल से घूर्णन कर रहा है। एक लड़की त्रिज्य दिशा में मेरी–गो–राउंड पर कूदकर चढ़ जाती है। यदि मेरी–गो–राउंड की कोणीय चाल घटकर 1.5 r.p.m. रह जाती है, तो लड़की का जड़त्व आघूर्ण प्राप्त कीजिए। 5

(ख) 1000 kg का एक उपग्रह पृथ्वी के इर्द–गिर्द 5000 km के अर्ध–दीर्घ अक्ष के पथ में चक्कर लगा रहा है। उपग्रह की कुल यांत्रिक ऊर्जा परिकलित कीजिए। इसकी उत्केन्दोयता (eccentricity) तथा पथ का आकार ज्ञात कीजिए यदि दूरतम बिन्दु की दूरी 7500 km है। $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} तथा $M_E = 5.97 \times 10^{24}$ kg लें। 3+1+1

(ग) 70 g भार वाली बिलियर्ड की एक गेंद वैसी ही विरामावस्था की दूसरी गेंद से टकराती है। यदि संघट्टन को प्रत्यास्थ मान लिया जाए तो संघट्टन के बाद दोनों गेंदों के बीच क्या कोण होगा ?

5. कोई **दो** भाग हल कीजिए :

(क) एक कमानी से जुड़ा द्रव्यमान 1 kg का ब्लॉक आरंभिक आयाम 10 cm के साथ दोलन करता है। 2.0 मिनट के बाद आयाम का मान घटकर 4 cm हो जाता है। समय का वह मान परिकलित कीजिए जिसके बाद आयाम का मान 2 cm रह जाएगा, तथा इस गति के संगत अवमंदन गुणक का मान परिकलित कीजिए। 3+2

(ख) एक कमानी-संहति निकाय अनुदैर्घ्य दोलन कर रहा है। इसकी कुल ऊर्जा का व्यंजक ज्ञात कीजिए। 5

(ग) आपस में लम्बवत् समान आवृत्ति क दो आवर्ती दोलनों को अध्यारोपित किया जाता है। यदि इनके आयाम विभिन्न हों तथा प्रावस्था अन्तर ϕ हो, तो इनकी परिणामी गति का व्यंजक ज्ञात कीजिए। 5