# BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP) 

# Term-End Examination <br> December, 2023 <br> (Application Oriented Course) AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH 

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50
Note: (i) Question No. 1 is compulsory.
(ii) Answer any four questions out of question nos. 2 to 7.
(iii) Use of calculator is not allowed.

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

$$
5 \times 2=10
$$

(i) The forward and backward recursive formulation in dynamic programming techniques can result in different optimum solutions to the same problem.
P. T. O.
(ii) A non-critical activity cannot have zero total float.
(iii) The addition of a constant to all the elements of an assignment problem can affect the optimal solution of the problem.
(iv) If the primal LPP has an unbounded solution, then the dual LPP cannot have a feasible solution.
(v) In queuing theory, if the arrivals are according to Poisson distribution with parameter $\lambda$, the inter-arrival time is exponential with parameter $e^{\lambda}$.
2. (a) A company produces three products $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ and $\mathrm{P}_{3}$, from three raw materials $\mathrm{A}, \mathrm{B}$ and C. One unit of product $\mathrm{P}_{1}$ requires one unit of $\mathrm{A}, 3$ units of B and 2 units of C . A unit of product $\mathrm{P}_{2}$ requires two units each of A and B and 3 units of C , while one unit of $\mathrm{P}_{3}$ needs 2 units of A, 6 units of B and 4 units of C . The company has a daily availability of 8 units of $\mathrm{A}, 12$ units of B and 12 units of C. It is further known that the profit per
unit is $₹ 3$, ₹ 2 and $₹ 5$ for $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ and $\mathrm{P}_{3}$ respectively. How many units of products $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ and $\mathrm{P}_{3}$ should the company manufacture to maximize the profit ? Formulate this problem as an LPP.
(b) Obtain all the basic solutions to the following system of linear equations :

$$
\begin{gathered}
x_{1}+2 x_{2}+x_{3}=4 \\
2 x_{1}+x_{2}+5 x_{3}=5
\end{gathered}
$$

Which of the solutions are feasible ? Justify.
3. (a) Use simplex method to solve the following LPP :

Maximize :

$$
\mathrm{Z}=2 x_{1}+2 x_{2}+3 x_{3}
$$

Subject to the constraints :

$$
\begin{gathered}
x_{1}+2 x_{2}+3 x_{3} \leq 10 \\
x_{1}+x_{2} \leq 5 \\
x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{gathered}
$$

(b) Use two-phase simplex method to solve the following LPP :
Maximize :

$$
\mathrm{Z}=5 x_{1}+3 x_{2}
$$

Subject to the constraints :

$$
\begin{aligned}
& 2 x_{1}+x_{2} \leq 1 \\
& x_{1}+4 x_{2} \geq 6 \\
& x_{1}, x_{2} \geq 0
\end{aligned}
$$

and
4. (a) Give the dual of the following LPP :

Minimize :

$$
\mathrm{Z}=2 x_{1}+3 x_{2}+4 x_{3}
$$

Subject to the constraints :

$$
\begin{aligned}
& 2 x_{1}+3 x_{2}+5 x_{3} \geq 2 \\
& 3 x_{1}+x_{2}+7 x_{3}=3 \\
& x_{1}+4 x_{2}+6 x_{3} \leq 5
\end{aligned}
$$

$x_{1}, x_{2} \geq 0$ and $x_{3}$ is unrestricted.
(b) Use branch and bound method to solve the following LPP :
Minimize :

$$
\mathrm{Z}=4 x_{1}+3 x_{2}
$$

Subject to the constraints :

$$
\begin{gathered}
5 x_{1}+3 x_{2} \geq 30 \\
x_{1} \leq 4 \\
x_{2} \leq 6
\end{gathered}
$$

$x_{1}, x_{2} \geq 0$ and are integers.
5. (a) A sales manager wishes to assign four sales territories to four salespersons. The salespersons differ in their ability and skills and consequently the sales expected in each territory are different. The estimates of sales per month for each salesperson in different territories are given below :

| Sales- <br> persons | Estimated Monthly Sales <br> Territory |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | I | II | III | IV |
| A | 20 | 40 | 45 | 30 |
| B | 50 | 40 | 55 | 40 |
| C | 45 | 40 | 42 | 50 |
| D | 48 | 50 | 42 | 45 |

P. T. O.

Find the optimal assignment of the four salespersons to the four different territories and the maximum monthly sales.
(b) At present a company is purchasing an item ' $x$ ' from outside suppliers. The assumption of unit is 10000 units/year. The cost of the item is ₹ 5 per unit and the ordering cost is estimated to be ₹ 100 per order. The cost of carrying inventory is $25 \%$. If the consumption rate is uniform, determine the economic order quantity. 5
6. (a) A road transport company has one reservation clerk on duty at a time. He handles information of bus schedules and make reservations. Consumers arrive at a rate of 8 per hour and the clerk can service 12 customers on an average per hour.

After stating your assumptions, answer the following :
(i) What is the average number of customers waiting for the service of the clerk ?
(ii) What is the average time a customer has to wait before getting service?
(b) A book binder has one printing press, one binding machine, and the manuscripts of a number of different books. The time required to perform the printing and binding operations for each book is shown below. Determine the order in which books should be processed, in order to minimize the total time required to turn out all the books:

| Book | Printing <br> time (hrs.) | Binding <br> time (hrs.) |
| :---: | :---: | :---: |
| 1 | 30 | 80 |
| 2 | 120 | 100 |
| 3 | 50 | 90 |
| 4 | 20 | 60 |
| 5 | 100 | 10 |

P. T. O.
7. (a) The following table gives the activities in a construction project and time duration : 5

| Activity | Preceding <br> activity | Normal <br> time (days) |
| :---: | :---: | :---: |
| $1-2$ | - | 20 |
| $1-3$ | - | 25 |
| $2-3$ | $1-2$ | 10 |
| $2-4$ | $1-2$ | 12 |
| $3-4$ | $1-3,2-3$ | 5 |
| $4-5$ | $2-4,3-4$ | 10 |

(i) Draw the activity network of the project.
(ii) Determine the critical path and the project duration.
(b) Find the optimum solution to the following transportation problem :

| Factory | Warehouse |  |  |  | Capacity |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | D | E | F | G |  |
| A | 42 | 48 | 38 | 37 | 160 |
| B | 40 | 49 | 52 | 51 | 150 |
| C | 39 | 38 | 40 | 43 | 190 |
| Demand | 80 | 90 | 110 | 160 |  |

## AOR-01

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी. )

## सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023
( प्रयोजनमूलक पाठ्यक्रम)
ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान
समय : 2 घण्टे
अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है।
(ii) प्रश्न संख्या 2 से 7 तक कोई चार प्रश्न हल कीजिए।
(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :
$5 \times 2=10$
(i) गतिकी प्रोग्रामन तकनीकों में अग्र और पश्च पुनरावर्तन सूत्रण से समान समस्या के भिन्न-भिन्न इष्टतम हल प्राप्त हो सकते हैं।
P. T. O.
(ii) अक्रान्तिक गतिविधि का शून्य कुल प्लव नहीं हो सकता है।
(iii) एक नियतन समस्या के सभी अवयवों में एक अचर संख्या जोड़ देने से समस्या का इष्टतम हल प्रभावित हो सकता है।
(iv) यदि आद्य LPP का अपरिबद्ध हल हो, तो द्वैत LPP का एक सुसंगत हल नहीं हो सकता है।
(v) यदि पंक्ति सिद्धान्त में व्यक्तियों का आगमन प्राचल $\lambda$ वाले प्वॉयसां बंटन के अनुसार होता है, तो आंतर-आगमन काल वाला प्राचल $e^{\lambda}$ वाला चारघातांकीय बंटन होगा।
2. (क) एक कम्पनी तीन कच्चे मालों $\mathrm{A}, \mathrm{B}$ और C से तीन उत्पाद $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ और $\mathrm{P}_{3}$ उत्पादित करती है। एक इकाई उत्पाद $P_{1}$ के लिए $A$ की एक इकाई, $B$ की 3 इकाई और C की 2 इकाईयों की आवश्यकता होती है। उत्पाद $\mathrm{P}_{2}$ की एक इकाई के लिए A और B प्रत्येक की दो इकाइयों और C की 3 इकाइयों की आवश्यकता होती है,

जबकि $\mathrm{P}_{3}$ की एक इकाई के लिए A की 2 इकाइयों, B की 6 इकाइयों और C की 4 इकाइयों की आवश्यकता होती है। कम्पनी को प्रतिदिन A की 8 इकाइयाँ, B की 12 इकाइयाँ और C की 12 इकाइयां उपलब्ध हैं। यह भी ज्ञात है कि कम्पनी को उत्पादों $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ और $\mathrm{P}_{3}$ के लिए क्रमशः ₹ 3 , ₹ 2 और ₹ 5 प्रति इकाई लाभ होता है। लाभ का अधिकतमीकरण करने के लिए कम्पनी उत्पाद $\mathrm{P}_{1}, \mathrm{P}_{2}$ और $\mathrm{P}_{3}$ की कितनी इकाइयों का उत्पादन करे, इसके लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में इस समस्या को सूत्रित कीजिए।
(ख) रैखिक समीकरणों के निम्नलिखित निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए :

$$
\begin{gathered}
x_{1}+2 x_{2}+x_{3}=4 \\
2 x_{1}+x_{2}+5 x_{3}=5
\end{gathered}
$$

इनमें से कौन-से हल सुसंगत हैं ? स्पष्ट कीजिए।
3. (क) निम्नलिखित LPP को हल करने के लिए एकधा विधि का प्रयोग कीजिए :
$\mathrm{Z}=2 x_{1}+2 x_{2}+3 x_{3}$ का अधिकतमीकरण कीजिए, जबकि :

$$
\begin{gathered}
x_{1}+2 x_{2}+3 x_{3} \leq 10 \\
x_{1}+x_{2} \leq 5 \\
x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{gathered}
$$

(ख) निम्नलिखित LPP को हल करने के द्वि-विमीय विधि का प्रयोग कीजिए :
$\mathrm{Z}=5 x_{1}+3 x_{2}$ का अधिकतमीकरण कीजिए, जबकि :

तथा

$$
\begin{gathered}
2 x_{1}+x_{2} \leq 1 \\
x_{1}+4 x_{2} \geq 6 \\
x_{1}, x_{2} \geq 0
\end{gathered}
$$

4. (क) निम्नलिखित LPP की द्वैती लिखिए :

$$
\mathrm{Z}=2 x_{1}+3 x_{2}+4 x_{3} \text { का न्यूनतमीकरण कीजिए, }
$$

जबकि :

$$
\begin{gathered}
2 x_{1}+3 x_{2}+5 x_{3} \geq 2 \\
3 x_{1}+x_{2}+7 x_{3}=3 \\
x_{1}+4 x_{2}+6 x_{3} \leq 5
\end{gathered}
$$

$x_{1}, x_{2} \geq 0$ और $x_{3}$ अप्रतिबन्धित है।
(ख) निम्नलिखित LPP को हल करने के लिए शाखा-परिबद्ध विधि का प्रयोग कीजिए : 5 $\mathrm{Z}=4 x_{1}+3 x_{2}$ का न्यूनतमीकरण कीजिए, जबकि

$$
\begin{gathered}
5 x_{1}+3 x_{2} \geq 30 \\
x_{1} \leq 4 \\
x_{2} \leq 6
\end{gathered}
$$

$x_{1}, x_{2} \geq 0$ और पूर्णांक हैं।
5. (क) एक बिक्री मैनेजर चार विक्रेताओं को बिक्री के लिए चार क्षेत्र नियत करना चाहता है। अलग-अलग विक्रेताओं की योग्यता और कौशल अलग-अलग हैं। अतः प्रत्येक क्षेत्र में प्रत्याशित बिक्री अलग-अलग होगी। अलग-अलग क्षेत्रों में प्रत्येक विक्रेता की प्रतिमाह बिक्री के आँकड़े नीचे दिये गये हैं :

| विक्रेता | आकलित मासिक बिक्री क्षेत्र |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | I | II | III | IV |
| A | 20 | 40 | 45 | 30 |
| B | 50 | 40 | 55 | 40 |
| C | 45 | 40 | 42 | 50 |
| D | 48 | 50 | 42 | 45 |

P. T. O.

चार विक्रेताओं का चार अलग-अलग क्षेत्रों में इष्टतम नियतन ज्ञात कीजिए और अधिकतम मासिक बिक्री भी बताइए।
(ख) वर्तमान समय में एक कम्पनी एक उत्पाद ' $x$ ' बाहर के आपूर्तिकर्ताओं से खरीदती है। मान लीजिए कि 10000 इकाइयाँ/वर्ष की आवश्यकता है। प्रत्येक उत्पाद की लागत ₹ 5 प्रति इकाई और ऑर्डर लागत ₹ 100 प्रति ऑर्डर अनुमानित है। मानसूची धारण लागत $25 \%$ है। यदि खपत दर एकसमान है, तो आर्थिक ऑर्डर मात्रा ज्ञात कीजिए।
6. (क) एक सड़क परिवहन कम्पनी के पास एक समय में कार्य पर एक आरक्षण क्लर्क है। वह बसों के आवागमन की सूचना रखता है और आरक्षण करता है। ग्राहक 8 प्रति घण्टा की दर से पहुँचते हैं तथा क्लर्क 12 ग्राहक प्रति घंटा की दर से सेवा कर सकता है। अपनी धारणाओं को लिखते हुए निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :
(i) क्लर्क की सेवा पाने के लिए औसतन कितने ग्राहक प्रतीक्षा कर रहे हैं ?
(ii) सेवा प्राप्त करने से पहले एक ग्राहक का प्रतीक्षा काल कितना है ?
(ख) एक जिल्दसाज के पास एक प्रिटिंग प्रेस और एक जिल्द मशीन, और अलग-अलग किताबों की हस्तलिपियाँ हैं। प्रिटिंग और जिल्द में लगने वाला समय नीचे दिया गया है। वह क्रय ज्ञात कीजिए जिसमें किताबों पर प्रक्रिया होनी चाहिए ताकि सभी किताबों के पूरा होने में लगने वाला समय न्यूनतम हो :

| किताब | प्रिंटिंग समय <br> (घंटे ) | जिल्द समय <br> (घंटे ) |
| :---: | :---: | :---: |
| 1 | 30 | 80 |
| 2 | 120 | 100 |
| 3 | 50 | 90 |
| 4 | 20 | 60 |
| 5 | 90 | 30 |
| 6 | 100 | 10 |

7. (क) एक परियोजना की विभिन्न गतिविधियाँ और उनकी अवधि निम्नलिखित सारणी में दी गई है : 5

| गतिविधि | पूर्ववर्ती <br> गतिविधि | सामान्य समय <br> ( दिनों में ) |
| :---: | :---: | :---: |
| $1-2$ | - | 20 |
| $1-3$ | - | 25 |

P. T. O.

| $2-3$ | $1-2$ | 10 |
| :---: | :---: | :---: |
| $2-4$ | $1-2$ | 12 |
| $3-4$ | $1-3,2-3$ | 5 |
| $4-5$ | $2-4,3-4$ | 10 |

(i) परियोजना की गतिविधियों का नेटवर्क बनाइए।
(ii) क्रान्तिक पथ और परियोजना की अवधि ज्ञात कीजिए।
(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए :

| फैक्ट्री | गोदाम |  |  |  | क्षमता |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | D | E | F | G |  |
| A | 42 | 48 | 38 | 37 | 160 |
| B | 40 | 49 | 52 | 51 | 150 |
| C | 39 | 38 | 40 | 43 | 190 |
| माँग | 80 | 90 | 110 | 160 |  |

