BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)
(BSCG)

Term-End Examination

December, 2022

BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Answer **all** questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meanings. The values of physical constants are given at the end.*

1. Answer any ***five*** parts : *5×3=15*

(a) The potential that represents a force is

$$V(x, y, z) = \frac{k}{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

where k is a constant. Using the definition $\vec{F} = -\vec{\nabla} V$, calculate the components of this force. *3*

(b) Obtain a function $\vec{a}(t)$ which satisfies the relation :

$$\frac{d\vec{a}(t)}{dt} = t\hat{i} + \sin(\pi t)\,\hat{j} + \left(\frac{4}{t}\right)\hat{k}$$

Given that $\vec{a}(1) = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$. *3*

(c) What is the electric field of a particle having charge $-4{\cdot}0 \times 10^{-9}$ C at a point 2·0 m away from it ? Determine the electrostatic force exerted on an electron placed at that point. *3*

(d) The electric flux through a closed spherical Gaussian surface of radius 0·1 m surrounding a charged particle is equal to 1500 $Nm^2\ C^{-1}$. Determine the value of the charge on the particle. *3*

(e) What is the difference between polar and non-polar molecules ? Give one example each. *3*

(f) Distinguish between diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic materials. *3*

(g) A solenoid of length 1·0 m and diameter 0·2 m has 100 turns of wire. What is the self-inductance of the solenoid ? *3*

(h) Explain briefly, the asymmetry in Gauss's laws for electric and magnetic fields. *3*

2. Answer any ***five*** parts : *5×5=25*

(a) Using Stokes' theorem, evaluate $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$ where $\vec{A} = z^2\hat{j} + yz\hat{k}$ and C is the boundary of a triangle OPQ with vertices O(0, 0, 0), P(0, 2, 0) and Q(0, 2, 1). *5*

(b) Apply the Divergence theorem to compute $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ where S is the surface of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$ bounded by the planes $z = 0$, $z = b$ and $\vec{A} = x\hat{i} - y\hat{j} + z\hat{k}$. *5*

(c) Two point charges +4q and +9q are placed at rest a distance R from each other. Determine the position of a charge +q placed on a straight line joining these two charges, if it is in equilibrium. *5*

(d) A uniform electric field of $4{\cdot}0 \times 10^3$ NC^{-1} is in positive x-direction. A positive point charge of $1{\cdot}0$ μC is released from rest at the origin. Calculate the potential difference $V(4) - V(0)$. What is the change in the electrostatic potential energy of the charge when it is moved from x = 0 to x = 4 m ? *3+2*

(e) Consider a parallel plate capacitor made up of two rectangular plates of area of cross-section $6{\cdot}45 \times 10^{-4}$ m^2 and separated by a distance of $3{\cdot}0 \times 10^{-3}$ m. A voltage of 10 V is applied across the plates. If a dielectric material of dielectric constant 5·0 is introduced between the plates of the capacitor, calculate the charge stored on each plate. *5*

(f) A square current loop of side 3 cm consists of 50 turns and carries a current of 1 A. When kept in a uniform magnetic field it experiences a torque of 3×10^{-3} Nm resulting in making an angle of 30° of its plane with respect to the magnetic field. Calculate the magnetic field. *5*

(g) Obtain the maximum value of displacement current in a parallel plate capacitor made of plates of area 1·0 m^2. It is given that the electric field between the plates is $E = E_0 \cos \omega t$ with $E_0 = 5{\cdot}0$ V and frequency 10 MHz. *5*

(h) The electric field given by

$$\vec{E} = (500\ \text{Vm}^{-1})\,\hat{x}\ [\cos(100\ y - \omega t)]$$

represents the electric field of a plane electromagnetic wave in a charge-free and current-free region. Determine the wavelength and frequency of the wave, and the direction of its propagation. Calculate the associated magnetic field. *5*

3. Answer any ***one*** part : *1×10=10*

(a) (i) State Gauss' law. An infinitely long uniformly charged solid cylinder of radius R has positive volume charge density ρ. Determine the electric field at a point inside the cylinder. *5*

(ii) Using Biot-Savart law, derive an expression for the magnetic field at a point P located a distance of R from a wire AB carrying a current I. What would be the magnetic field if the wire is of infinite length ? *5*

(b) Obtain the conditions for the following time-varying electric and magnetic fields to satisfy the Maxwell's equation in vacuum with no source charges or currents : *10*

$$\vec{E} = \hat{j}\, E_0 \sin (z - vt),$$

$$\vec{B} = \hat{i}\, B_0 \sin (z - vt).$$

Physical Constants :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$-e = -1{\cdot}6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varepsilon_0 = 8{\cdot}85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$\mu_0 = 1{\cdot}26 \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)
(बी.एस.सी.जी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2022

बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत् और चुंबकत्व

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : ***सभी*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए । आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं ।*

1. किन्हीं ***पाँच*** भागों के उत्तर दीजिए : *5×3=15*

(क) एक बल को निरूपित करने वाला विभव निम्नलिखित है :

$$V(x, y, z) = \frac{k}{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

जहाँ k अचर है । परिभाषा $\vec{F} = -\vec{\nabla} V$ का उपयोग करके इस बल के घटक परिकलित कीजिए । *3*

(ख) एक ऐसा फलन $\vec{a}(t)$ प्राप्त कीजिए जो संबंध

$$\frac{d\vec{a}(t)}{dt} = t\hat{i} + \sin(\pi t)\,\hat{j} + \left(\frac{4}{t}\right)\hat{k}$$

को संतुष्ट करता हो, जबकि दिया गया है कि

$\vec{a}(1) = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$. *3*

(ग) आवेश $-4{\cdot}0 \times 10^{-9}$ C वाले एक कण का उससे $2{\cdot}0$ m की दूरी पर विद्युत्-क्षेत्र क्या है ? इस बिन्दु पर रखे गए इलेक्ट्रॉन पर आरोपित स्थिरवैद्युत बल ज्ञात कीजिए । *3*

(घ) त्रिज्या $0{\cdot}1$ m वाले एक बंद गोलाकार गाउसीय पृष्ठ से, जो एक आवेशित कण को परिबद्ध करता है, होकर जाने वाला वैद्युत अभिवाह $1500\ \text{Nm}^2\ \text{C}^{-1}$ है । कण पर आवेश का मान परिकलित कीजिए । *3*

(ङ) ध्रुवीय और अध्रुवीय अणुओं में क्या अंतर होता है ? प्रत्येक का एक उदाहरण दीजिए । *3*

(च) प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय और लोह-चुंबकीय पदार्थों में अंतर स्पष्ट कीजिए । *3*

(छ) $1{\cdot}0$ m लंबे और $0{\cdot}2$ m व्यास वाले तार के सोलेनॉइड में 100 फेरे हैं । सोलेनॉइड के स्व-प्रेरकत्व का मान परिकलित कीजिए । *3*

(ज) विद्युत् और चुंबकीय क्षेत्रों के लिए गाउस नियम में असममिति की संक्षिप्त व्याख्या कीजिए । *3*

2. किन्हीं ***पाँच*** भागों के उत्तर दीजिए : *5×5=25*

(क) स्टोक्स प्रमेय का उपयोग करके $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{A} = z^2\hat{j} + yz\hat{k}$ है और C, त्रिभुज OPQ की परिसीमा है जिसके शीर्ष-बिन्दु O(0, 0, 0), P(0, 2, 0) और Q(0, 2, 1) हैं । *5*

(ख) डाइवर्जेंस प्रमेय का उपयोग करते हुए $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ परिकलित कीजिए जहाँ $\vec{A} = x\hat{i} - y\hat{j} + z\hat{k}$ है और S समतलों $z = 0$ और $z = b$ द्वारा परिबद्ध बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ का पृष्ठ है । *5*

(ग) दो बिन्दु आवेशों $+4q$ और $+9q$ को विरामावस्था में एक-दूसरे से दूरी R पर रखा जाता है । इन दो आवेशों को जोड़ने वाली सरल रेखा पर रखा गया एक आवेश $+q$ यदि साम्यावस्था में हो, तो उसकी स्थिति ज्ञात कीजिए । *5*

(घ) किसी स्थान पर धनात्मक x-दिशा में $4{\cdot}0 \times 10^3\ NC^{-1}$ का एकसमान विद्युत्-क्षेत्र विद्यमान है । इस क्षेत्र में मूल बिन्दु पर एक $1{\cdot}0\ \mu C$ का बिन्दु धनात्मक आवेश विरामावस्था से छोड़ा जाता है । विद्युत् विभवांतर $V(4) - V(0)$ परिकलित कीजिए । $x = 0$ से $x = 4$ m तक ले जाने में आवेश की स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा में कितना परिवर्तन होता है ? *3+2*

(ङ) एक समांतर प्लेट संधारित्र की दो आयताकार प्लेटों का क्षेत्रफल $6{\cdot}45 \times 10^{-4}\ m^2$ और उनके बीच की दूरी $3{\cdot}0 \times 10^{-3}\ m$ है । प्लेटों पर 10 V वोल्टता लगाई जाती है । यदि संधारित्र की प्लेटों के बीच डाइइलेक्ट्रिक नियतांक 5·0 वाला डाइइलेक्ट्रिक पदार्थ रखा जाए, तो प्रत्येक प्लेट पर संचित आवेश का मान परिकलित कीजिए । *5*

(च) भुजा 3 cm वाले एक वर्गाकार धारा लूप, जिसमें फेरों की संख्या 50 है, में 1 A धारा प्रवाहित होती है । जब इस लूप को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता है, तो इसके द्वारा अनुभूत बल-आघूर्ण का मान $3 \times 10^{-3}\ Nm$ है जिसके कारण लूप, चुंबकीय क्षेत्र की दिशा से 30° के कोण पर स्थिर होता है । चुंबकीय क्षेत्र का मान परिकलित कीजिए । *5*

(छ) एक समांतर प्लेट संधारित्र में, जिसकी प्लेटों का क्षेत्रफल $1{\cdot}0\ m^2$ है, विस्थापन धारा का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए । दिया गया है कि प्लेटों के बीच का विद्युत्-क्षेत्र $E = E_0 \cos \omega t$ है जहाँ $E_0 = 5{\cdot}0$ V और आवृत्ति 10 MHz है । *5*

(ज) $\vec{E} = (500\ Vm^{-1})\hat{x}\ [\cos(100\ y - \omega t)]$ द्वारा दिया गया विद्युत्-क्षेत्र आकाश के आवेश-मुक्त और धारा-मुक्त प्रदेश में एक समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग के विद्युत्-क्षेत्र को निरूपित करता है । तरंग के तरंगदैर्ध्य और आवृत्ति, तथा तरंग संचरण की दिशा और संबद्ध चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए । *5*

3. किसी ***एक*** भाग का उत्तर दीजिए : *1×10=10*

(क) (i) गाउस नियम बताइए । त्रिज्या R वाले एकसमान आवेशित अनंत लंबाई वाले ठोस बेलन का धनात्मक आयतन आवेश घनत्व ρ है । बेलन के किसी आंतरिक बिन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए । *5*

(ii) बॉयो-सावर्ट नियम का उपयोग कर तार AB जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही है, से दूरी R पर स्थित किसी बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए । यदि तार की लंबाई अनंत हो तो चुंबकीय-क्षेत्र का मान क्या होगा ? *5*

(ख) उन प्रतिबंधों को प्राप्त कीजिए जिनके अधीन निम्नलिखित समय-परिवर्ती विद्युत् और चुंबकीय क्षेत्र आवेश और धारा विहीन निर्वात में मैक्सवेल समीकरणों को संतुष्ट करते हैं : *10*

$$\vec{E} = \hat{j}\, E_0 \sin (z - vt),$$

$$\vec{B} = \hat{i}\, B_0 \sin (z - vt).$$

भौतिक नियतांक :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$-e = -1{\cdot}6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varepsilon_0 = 8{\cdot}85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$\mu_0 = 1{\cdot}26 \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$$