

00347

Ph.D. (STATISTICS)
Entrance Test, 2018

*Time : 3 hours**Maximum Marks : 100***Note :**

- (i) All questions are **compulsory**.
- (ii) There are two sections in this question paper : Section A and Section B. Each section has two sub-sections : Sub-Section I and Sub-Section II.
- (iii) Objective type questions given in Sub-Section I carry 1 mark each.
- (iv) Descriptive type questions given in Sub-Section II carry 5 marks each.
- (v) Calculator (Non-programmable) is allowed.
- (vi) Notations and symbols have their usual meanings.

पी.एच.डी. (सांख्यिकी)
प्रवेश परीक्षा, 2018

समय : 3 घण्टे**अधिकतम अंक : 100****नोट :**

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में दो भाग हैं: भाग क और भाग ख। प्रत्येक भाग के दो उपभाग हैं: उपभाग I और उपभाग II।
- (iii) उपभाग I में वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।
- (iv) उपभाग II में वर्णनात्मक प्रश्न दिए गए हैं और प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।
- (v) अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति है।
- (vi) संकेतपद्धतियों एवं चिह्नों (notations and symbols) के अपने सामान्य अर्थ हैं।

SECTION A
(Research Methodology)
Sub-Section I

1. While conducting experimental research, a researcher should control the
 - (1) Independent variables
 - (2) Dependent variables
 - (3) No variables
 - (4) Extraneous variables
2. Which one of the following is *not* a part of the basic principles of experimental designs ?
 - (1) Replication
 - (2) Randomization
 - (3) Local Control
 - (4) Reduction
3. One of the essential characteristics of research is
 - (1) Generalizability
 - (2) Usability
 - (3) Objectivity
 - (4) Replicability
4. A research problem is feasible only when
 - (1) it is researchable
 - (2) it is new
 - (3) it has some utility
 - (4) All of the above
5. The longitudinal approach of research deals with
 - (1) Horizontal researches
 - (2) Long-term researches
 - (3) Short-term researches
 - (4) None of the above
6. What is the purpose of research ?
 - (1) To describe and explain a new phenomenon
 - (2) To verify what has already been established
 - (3) To reject what has not yet been accepted as a fact
 - (4) All of the above
7. Phenomenological Research is a
 - (1) Qualitative Research
 - (2) Quantitative Research
 - (3) Trend Research
 - (4) Descriptive Research

भाग क (अनुसंधान क्रियाविधि) उपभाग I

1. प्रायोगिक शोध करते हुए शोधकर्ता को किसको नियंत्रण में रखना चाहिए ?
(1) स्वतंत्र चर (2) परतंत्र चर
(3) कोई चर नहीं (4) बाह्य चर

2. निम्नलिखित में से कौन-सा प्रयोगार्थ अभिकल्पना के मूलभूत सिद्धांतों का हिस्सा नहीं है ?
(1) प्रतिकृति (2) यादृच्छिकरण
(3) स्थानीय नियंत्रण (4) न्यूनीकरण

3. अनुसंधान की अनिवार्य विशेषताओं में से एक विशेषता है
(1) सामान्यता (2) उपयोगिता
(3) वस्तुनिष्ठता (4) पुनरावृत्ति/पुनरावलोकन

4. अनुसंधान समस्या केवल तभी सुसंगत होती है, जब
(1) यह अनुसंधानयोग्य होती है (2) यह नवीन होती है
(3) इसकी कुछ उपयोगिता होती है (4) उपर्युक्त सभी

5. अनुसंधान की अनुदैर्घ्य उपागम किससे संबद्ध है ?
(1) समस्तरीय अनुसंधान
(2) दीर्घकालिक अनुसंधान
(3) अल्पकालिक अनुसंधान
(4) उपर्युक्त में से कोई नहीं

6. अनुसंधान का प्रयोजन क्या होता है ?
(1) नई परिघटना का वर्णन एवं व्याख्या करना
(2) पहले से सुस्थापित को सत्यापित करना
(3) तथ्य के रूप में जो अभी तक स्वीकृत नहीं है, उसको अस्वीकार करना
(4) उपर्युक्त सभी

7. घटनाविज्ञान संबंधी अनुसंधान है
(1) गुणात्मक अनुसंधान (2) मात्रात्मक अनुसंधान
(3) प्रवृत्ति अनुसंधान (4) वर्णनात्मक अनुसंधान

- 8.** Arrange the following steps of research in the correct sequence :
- (i) Identification of research problem
 - (ii) Listing of research objectives
 - (iii) Collection of data
 - (iv) Methodology
 - (v) Data analysis
 - (vi) Results and discussion
- (1) (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi)
 - (2) (i), (ii), (iv), (iii), (v), (vi)
 - (3) (ii), (i), (iii), (iv), (v), (vi)
 - (4) (ii), (i), (iv), (iii), (v), (vi)
- 9.** Which sampling technique will be most appropriate to draw a representative sample of heterogeneous population ?
- (1) Stratified
 - (2) Quota
 - (3) Purposive
 - (4) Incidental
- 10.** It is known that the amount of apple juice found in a 500 ml bottle is uniformly distributed between 495 ml and 510 ml. What is the probability that a randomly selected bottle of apple juice contains more than 500 ml of juice ?
- (1) 0·333
 - (2) 0·667
 - (3) 0·500
 - (4) 1·000
- 11.** A distribution formed by all possible values of a statistic is called
- (1) Binomial distribution
 - (2) Hypergeometric distribution
 - (3) Normal distribution
 - (4) Sampling distribution
- 12.** If N is the size of the population and n is the size of the sample, then the sampling fraction is
- (1) n^N
 - (2) N^n
 - (3) n/N
 - (4) $N C_n$

8. अनुसंधान के निम्नलिखित चरणों को सही क्रम में व्यवस्थित कीजिए :

- (i) शोध समस्या की पहचान करना
 - (ii) शोध उद्देश्यों को सूचीबद्ध करना
 - (iii) आँकड़ा संग्रहण
 - (iv) क्रिया-विधि
 - (v) आँकड़ा विश्लेषण
 - (vi) परिणाम और चर्चा
- (1) (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi)
 - (2) (i), (ii), (iv), (iii), (v), (vi)
 - (3) (ii), (i), (iii), (iv), (v), (vi)
 - (4) (ii), (i), (iv), (iii), (v), (vi)

9. विषमजातीय समष्टि का प्रतिनिधि प्रतिदर्श निकालने (प्राप्त करने) के लिए कौन-सी प्रतिचयन तकनीक सबसे ज्यादा उपयुक्त होगी ?

- (1) स्तरित
- (2) कोटा
- (3) सहेतुक (सोदेश्य)
- (4) प्रासंगिक (आनुषंगिक)

10. यह ज्ञात है कि सेब के जूस की 500 मिली की बोतल में जूस की मात्रा 495 मिली और 510 मिली के बीच एकसमानतः बंटित होती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यादृच्छ्या चुनी गई सेब के जूस की बोतल में 500 मिली से ज्यादा जूस होगा ?

- (1) 0.333
- (2) 0.667
- (3) 0.500
- (4) 1.000

11. प्रतिदर्शज के सभी संभावित मानों से बनने वाला बंटन कहलाता है

- (1) द्विपद बंटन
- (2) हाइपरज्यामेट्रिक बंटन
- (3) प्रसामान्य बंटन
- (4) प्रतिदर्शी बंटन

12. यदि N समष्टि का आमाप है और n प्रतिदर्श का आमाप है, तब प्रतिचयन अनुपात होगा

- (1) n^N
- (2) N^n
- (3) n/N
- (4) $N C_n$

13. मान लीजिए परिमित समष्टि में 7 वस्तुएँ हैं और 3 वस्तुएँ बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छ्या चुनी जाती हैं। तब सभी संभावित प्रतिदर्श होंगे

- | | |
|--------|--------|
| (1) 21 | (2) 35 |
| (3) 14 | (4) 7 |

14. अप्रतिचयन त्रुटि को कैसे समानीत किया जा सकता है ?

- (1) प्रायिकतेतर प्रतिचयन द्वारा
- (2) प्रायिकता प्रतिचयन द्वारा
- (3) प्रतिदर्श आमाप को कम करके
- (4) प्रतिदर्श आमाप को बढ़ा कर

15. यदि एक शोधकर्ता यादृच्छिक प्रारंभिक बिंदु का प्रयोग करके आनुक्रमिक रूप से संख्याबद्ध बीजकों से एक प्रतिदर्श चुनना चाहता है और प्रत्येक 50वाँ बीजक चुनता है, तब वह _____ प्रतिदर्श को चुनता है।

- | | |
|-------------------|---------------|
| (1) सरल यादृच्छिक | (2) आनुक्रमिक |
| (3) स्तरित | (4) क्रमबद्ध |

16. एक निवेशक जानता है कि उसकी निवेश-सूची से उसको अन्तराल [5%, 35%] में कहीं भी वार्षिक आय होने (प्रतिलाभ) की संभावना है। इसकी क्या प्रायिकता है कि आगामी वर्ष में वह 23% से ज्यादा अर्जित करेगा ?

- | | |
|----------|----------|
| (1) 0·72 | (2) 0·83 |
| (3) 0·40 | (4) 0·17 |

17. प्रतिचयन रचना शब्द का प्रयोग किसके लिए किया जाता है ?

- (1) यादृच्छिक संख्याओं की सूची
- (2) मतदाताओं की सूची
- (3) समष्टि की प्रतिचयन इकाइयों की सूची
- (4) उपर्युक्त में से कोई नहीं

18. संकल्पनात्मक रूप से पुनरावृत्त अभिप्रयोगों के परिणामों वाली समष्टि कहलाती है

- (1) प्राक्कल्पनात्मक समष्टि
- (2) परिमित समष्टि
- (3) अपरिमित समष्टि
- (4) वास्तविक समष्टि

19. Bag I contains 2 red and 1 black balls and bag II contains 3 red and 2 black balls. Then the probability that a ball drawn from one of the bags is red, is
- (1) $\frac{19}{30}$ (2) $\frac{21}{30}$
 (3) $\frac{11}{30}$ (4) $\frac{9}{30}$
20. Five men out of 100 and 25 women out of 1000 are colour-blind. A colour-blind person is chosen at random. What is the probability that the person is a male ? (Assume males and females are in equal numbers)
- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$
 (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$
21. A fair coin is tossed 4 times. What is the probability of getting more heads than tails ?
- (1) $\frac{5}{16}$ (2) $\frac{11}{16}$
 (3) $\frac{7}{16}$ (4) $\frac{9}{16}$
22. If X is binomially distributed with $n = 6$ such that $P(X = 2) = 9P(X = 4)$, then $E(X)$ is
- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$
 (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{4}$
23. A random sample of 25 units from an infinite population with standard deviation 10 results into a total score of 500. Then the sample mean is
- (1) 25 (2) 50
 (3) 20 (4) 1.8
24. In the formula for the confidence interval, $Z_{\alpha/2}$ is part of the formula. What does the subscript $\alpha/2$ refer to ?
- (1) The area in the lower tail or upper tail of the sampling distribution of the sample mean
 (2) The level of significance
 (3) The probability that the confidence interval will contain the population mean
 (4) The probability that the confidence interval will not contain the population mean

19. थैले I में 2 लाल और 1 काली गेंद है और थैले II में 3 लाल और 2 काली गेंदें हैं। तब किसी एक थैले से निकाली गई एक गेंद लाल होगी, इसकी प्रायिकता होगी

(1) $\frac{19}{30}$ (2) $\frac{21}{30}$
 (3) $\frac{11}{30}$ (4) $\frac{9}{30}$

20. 100 पुरुषों में से 5 पुरुषों को और 1000 महिलाओं में से 25 महिलाओं को रत्तौंधी (वर्णाधता) है। रत्तौंधी (वर्णाधता) से ग्रस्त एक व्यक्ति यादृच्छ्या चुना जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह व्यक्ति पुरुष है? (मान लीजिए पुरुषों और महिलाओं की संख्या बराबर है)

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$
 (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$

21. एक अनभिनत सिक्के को 4 बार उछाला जाता है। पट की तुलना में ज्यादा चित आने की क्या प्रायिकता है?

(1) $\frac{5}{16}$ (2) $\frac{11}{16}$
 (3) $\frac{7}{16}$ (4) $\frac{9}{16}$

22. यदि $X, n = 6$ वाले द्विपद बंटन के अनुसार बंटित है जिसके लिए $P(X = 2) = 9P(X = 4)$, तब $E(X)$ होगा

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$
 (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{4}$

23. अपरिमित समष्टि जिसका मानक विचलन 10 है से 25 इकाइयों का यादृच्छिक प्रतिदर्श का योगफल 500 होता है। तब प्रतिदर्श माध्य होगा

(1) 25 (2) 50
 (3) 20 (4) 1.8

24. विश्वास्यता अंतराल के फॉर्मूले में, $Z_{\alpha/2}$ फॉर्मूले का एक भाग है। पादांक (Subscript) $\alpha/2$ क्या दर्शाता है?

(1) प्रतिदर्श माध्य के प्रतिचयन बंटन की निम्न पुच्छ या उपरि पुच्छ का क्षेत्र
 (2) सार्थकता स्तर
 (3) यह प्रायिकता कि विश्वास्यता अंतराल में समष्टि माध्य निहित होगा
 (4) यह प्रायिकता कि विश्वास्यता अंतराल में समष्टि माध्य निहित नहीं होगा

31. For a negatively skewed distribution with a single mode
- (1) Mean = Median = Mode
 - (2) Mean \leq Median \leq Mode
 - (3) Mean \geq Median \geq Mode
 - (4) Mean = Median, but one is unable to tell where the Mode would lie
32. If 5 is subtracted from each of the values 12, 15, 20, 25, 30, then the standard deviation
- (1) will be increased 5 times
 - (2) will be increased $\sqrt{5}$ times
 - (3) will be decreased 5 times
 - (4) will remain unchanged
33. You have been given a two-variable data set with the following calculations :
 $\Sigma x = 496$, $\Sigma x^2 = 87306$, $\Sigma y = 508$, $\Sigma y^2 = 39352$, $\Sigma xy = 38309$ and $n = 10$.
The covariance between x and y is given by
- (1) 3830.90
 - (2) -1311.22
 - (3) 1311.22
 - (4) 6350.58
34. The data taken from the publication 'Agricultural Situation in India' will be considered as
- (1) Primary data
 - (2) Secondary data
 - (3) Both (a) and (b) above
 - (4) Neither Primary nor Secondary data
35. A train arrives at a station every 20 minutes. What is the probability that a person arriving at the station will have to wait less than half an hour for the next train ?
- (1) 0.872
 - (2) 0.237
 - (3) 0.500
 - (4) 1.000

31. एकल बहुलक वाले त्रणात्मक विषम बंटन के लिए होगा

- (1) माध्य = माध्यिका = बहुलक
- (2) माध्य \leq माध्यिका \leq बहुलक
- (3) माध्य \geq माध्यिका \geq बहुलक
- (4) माध्य = माध्यिका लेकिन यह नहीं बता पाता कि बहुलक कहाँ स्थित होगा

32. यदि मानों 12, 15, 20, 25, 30 में से प्रत्येक मान से 5 घटाया जाता है, तब नया मानक विचलन पिछले मानक विचलन से

- (1) 5 गुना बढ़ा हुआ होगा
- (2) $\sqrt{5}$ गुना बढ़ा हुआ होगा
- (3) 5 गुना कम होगा
- (4) अपरिवर्तित रहेगा

33. आपको निम्नलिखित परिकलनों वाला दो-चरों का आँकड़ा समुच्चय दिया गया है :

$$\sum x = 496, \sum x^2 = 37306, \sum y = 508, \sum y^2 = 39352, \sum xy = 38309 \text{ और } n = 10.$$

x और y के बीच सहप्रसरण दिया गया है

- (1) 3830.90
- (2) - 1311.22
- (3) 1311.22
- (4) 6350.58

34. 'ऐग्रीकल्चरल सिचुएशन इन इंडिया' पुस्तक से लिया गया आँकड़ा माना जाएगा

- (1) प्राथमिक आँकड़ा
- (2) गौण आँकड़ा
- (3) (1) और (2) दोनों
- (4) न प्राथमिक और न ही गौण आँकड़ा

35. एक स्टेशन पर हर 20 मिनट में एक रेलगाड़ी आती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि स्टेशन पहुँचने वाले व्यक्ति को अगली रेलगाड़ी के लिए आधे घंटे से कम प्रतीक्षा करनी होगी ?

- (1) 0.872
- (2) 0.237
- (3) 0.500
- (4) 1.000

Sub-Section II

36. Suppose you are incharge of conducting the socio-economic survey of School Bus Drivers in a city. Prepare a suitable questionnaire in this connection. (At least 10 questions).
37. What is Research Design ? Describe various characteristics of a research design.
38. A sampler proposes to take a stratified random sample. He/she expects that his/her field costs will be of the form $\sum c_i n_i$. His/her advance estimate of relevant quantities for the two strata are as follows :

Stratum	W_i	S_i	C_i
1	0·4	10	₹ 4
2	0·6	20	₹ 9

Then

- Find the values of $\frac{n_1}{n}$ and $\frac{n_2}{n}$ that minimise the total cost for a given value of $V(\bar{y}_{st})$.
- Find the sample size required under this optimum allocation to make $V(\bar{y}_{st}) = 1$.
- How much will the total field cost be ?

उपभाग II

36. मान लीजिए आपको नगर के स्कूल बस ड्राइवरों का सामाजिक-आर्थिक सर्वेक्षण करने का दायित्व सौंपा गया है। इस संबंध में एक उपयुक्त प्रश्नावली तैयार कीजिए। (कम-से-कम 10 प्रश्न)
37. शोध-डिज़ाइन क्या है? शोध-डिज़ाइन की विभिन्न विशेषताओं का वर्णन कीजिए।
38. एक प्रतिचयक (Sampler) स्तरित यादृच्छिक प्रतिदर्श लेने का प्रस्ताव रखता है। वह अपेक्षा करता/करती है कि उसकी क्षेत्र लागतें $\sum c_i n_i$ रूप की होंगी। उसका दो स्तरों के लिए संगत मात्राओं का अग्रिम आकलन निम्नानुसार दिया गया है :

स्तर	W_i	S_i	C_i
1	0·4	10	₹ 4
2	0·6	20	₹ 9

तब,

- (i) $\frac{n_1}{n}$ और $\frac{n_2}{n}$ के मान ज्ञात कीजिए जो $V(\bar{y}_{st})$ के दिए गए मान के लिए कुल लागत को न्यूनतम करें।
- (ii) $V(\bar{y}_{st}) = 1$ के लिए इस इष्टतम नियतन के अधीन अपेक्षित प्रतिदर्श आमाप ज्ञात कीजिए।
- (iii) कुल क्षेत्र लागत कितनी होगी?

SECTION B

(Statistics)

Sub-Section I

39. A random sample of size one is drawn from a population with $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$, $x > 0$, and is used to test $H_0 : \theta = 1$ v/s $H_1 : \theta = 2$. If $x \geq 1$ is the critical region, then the value of (α, β) is

- (1) $[e^{-2}, e^{-1}]$ (2) $[e^{-1}, 1 - e^{-2}]$
 (3) $[e^{-1}, e^{-2}]$ (4) $[1 - e^{-1}, e^{-2}]$

- 40.** The regularity conditions for Cramer-Rao inequality do not hold when $f(x, \theta)$ is

- (1) $N(10, \theta^2)$ (2) Binomial (10, θ)
(3) Poisson (θ) (4) U(0, θ)

41. If X is a Poisson variate with parameter θ , then $(-3)^X$ is an unbiased estimator of

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| (1) \bar{e}^θ | (2) $\bar{e}^{2\theta}$ |
| (3) $\bar{e}^{3\theta}$ | (4) $\bar{e}^{4\theta}$ |

42. Let X_1, X_2, \dots, X_6 be a random sample from $N(\mu, \sigma^2)$ and

$T = K[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + (X_5 - X_6)^2]$ be an unbiased estimator of σ^2 .

Then the value of K is

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
 (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{6}$

43. Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from $B(1, \theta)$. If $T = \sum_{i=1}^n X_i$, then an unbiased estimator of θ^2 is

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| (1) $\frac{T(T - 1)}{n(n - 1)}$ | (2) $\frac{T^2}{(n - 1)^2}$ |
| (3) $\frac{T(T - 1)}{n^2 - 1}$ | (4) $\frac{T^2}{n^2}$ |

भाग ख
(सांख्यिकी)
उपभाग I

44. Let λ^* be the MLE of λ based on n observations from $f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $\lambda > 0$, $x > 0$.

Then $E\left(\frac{1}{\lambda^*}\right)$ will be

(1) $\frac{1}{\lambda}$

(2) λ

(3) $\lambda + 1$

(4) $1 + \frac{1}{\lambda}$

45. Let X_1 and X_2 be iid Poisson (λ) variates. Then a sufficient statistic for λ is

(1) $X_1 + X_2$

(2) $X_1 + 2X_2$

(3) $X_1 + 3X_2$

(4) $3X_1 + X_2$

46. A population is divided into two strata such that $N_1 = 300$, $N_2 = 200$, $S_1 = 2$, $S_2 = 3$. If a random sample of size 24 is to be allocated by Neyman allocation, then the strata sizes are

(1) (10, 14)

(2) (14, 10)

(3) (13, 11)

(4) (12, 12)

47. Which one of the following defines an unbiased estimator of σ^2 in SRSWR, given that the sample measurements are Y_1, Y_2, \dots, Y_n , whose mean is \bar{Y} ?

(i) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

(ii) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

(iii) \bar{Y}

Select the correct answer using the codes given below :

(1) (i) and (iii) only

(2) (ii) and (iii) only

(3) (i) only

(4) (ii) only

44. माना कि $f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$; $\lambda > 0$, $x > 0$ तो n प्रेक्षणों पर आधारित λ का MLE λ^* मानते हुए,

$$E\left(\frac{1}{\lambda^*}\right)$$
 होगा

(1) $\frac{1}{\lambda}$

(2) λ

(3) $\lambda + 1$

(4) $1 + \frac{1}{\lambda}$

45. मान लीजिए X_1 और X_2 iid घासों (λ) चर हैं, तब λ के लिए पर्याप्त प्रतिदर्शज होगा

(1) $X_1 + X_2$

(2) $X_1 + 2X_2$

(3) $X_1 + 3X_2$

(4) $3X_1 + X_2$

46. एक समष्टि को दो स्तरों में विभाजित किया गया जबकि $N_1 = 300$, $N_2 = 200$, $S_1 = 2$, $S_2 = 3$ हैं।

यदि आमाप 24 वाले यादृच्छिक प्रतिदर्श को नेमेन नियतन द्वारा नियत किया जाए, तो स्तरीय मापें होंगी

(1) (10, 14)

(2) (14, 10)

(3) (13, 11)

(4) (12, 12)

47. SRSWR में σ^2 के अनभिन्नत आकलक को निम्नलिखित में से कौन-सा परिभाषित करता है, जबकि दिया

गया है कि प्रतिदर्श माप Y_1, Y_2, \dots, Y_n हैं जिनका माध्य \bar{Y} है ?

(i) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

(ii) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

(iii) \bar{Y}

नीचे दिए गए कोडों का प्रयोग करते हुए सही उत्तर चुनिए :

(1) केवल (i) और (iii)

(2) केवल (ii) और (iii)

(3) केवल (i)

(4) केवल (ii)

48. If the probability density function of X is $f(x) = e^{-x}$; $x > 0$, then the probability density function of $Y = +\sqrt{X}$ is

(1) e^{-y^2}

(2) ye^{-y^2}

(3) $2ye^{-y^2}$

(4) $y^2e^{-y^2}$

49. If $f(x)$ and $F(x)$ are respectively the density and distribution functions, the conditional probability density function $g(X | X \geq a)$ is

(1) $\frac{f(x)}{F(a)}$

(2) $\frac{F(x)}{f(a)}$

(3) $\frac{f(x)}{1 - F(a)}$

(4) $\frac{F(x)}{1 - F(a)}$

50. If the moment generating function of X is $(1 - t)^{-1}$, what is the variance of X ?

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) ∞

51. The distribution function of a random variable X is

$$F(x) = \begin{cases} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right), & \text{if } x > 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Then $P[X > 5 | X > 4]$ will be

(1) $\frac{16}{25}$

(2) $\frac{9}{25}$

(3) $\frac{9}{16}$

(4) $\frac{9}{12}$

52. Let $f(x, y) = 2$; $0 < x < y < 1$, then the conditional mean of X , given $Y = y$ is

(1) $\frac{1}{2y}$

(2) $\frac{y}{2}$

(3) y

(4) $2y$

48. यदि X का प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = e^{-x}$; $x > 0$, तब $Y = +\sqrt{X}$ का प्रायिकता घनत्व फलन होगा

(1) e^{-y^2}

(2) ye^{-y^2}

(3) $2ye^{-y^2}$

(4) $y^2e^{-y^2}$

49. यदि $f(x)$ और $F(x)$ क्रमशः घनत्व और बंटन फलन हैं, तब प्रतिबंधित प्रायिकता घनत्व फलन $g(X | X \geq a)$ होगा

(1) $\frac{f(x)}{F(a)}$

(2) $\frac{F(x)}{f(a)}$

(3) $\frac{f(x)}{1 - F(a)}$

(4) $\frac{F(x)}{1 - F(a)}$

50. यदि X का आघूर्ण जनक फलन $(1 - t)^{-1}$ हो, तब X का प्रसरण क्या है ?

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) ∞

51. किसी यादृच्छिक चर X का बंटन फलन

$$F(x) = \begin{cases} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right), & \text{यदि } x > 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

है। तब $P[X > 5 | X > 4]$ होगी

(1) $\frac{16}{25}$

(2) $\frac{9}{25}$

(3) $\frac{9}{16}$

(4) $\frac{9}{12}$

52. माना $f(x, y) = 2$; $0 < x < y < 1$, तब $Y = y$ दिए होने पर X का सप्रतिबंध माध्य है

(1) $\frac{1}{2y}$

(2) $\frac{y}{2}$

(3) y

(4) $2y$

53. Match List I with List II and select the correct answer :

List I

- I. Mean of lognormal distribution
- II. Distribution of the students t^2
- III. The distribution is memoryless
- IV. Log X has normal distribution

List II

- a. X has lognormal distribution
- b. Exponential distribution
- c. F-distribution
- d. $e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$

I II III IV

- (1) b c d a
- (2) d a b c
- (3) b a d c
- (4) d c b a

54. In a 2^3 -factorial experiment with r blocks, the degrees of freedom for error is

- (1) $r - 1$
- (2) $7r + 1$
- (3) $7r - 1$
- (4) $7(r - 1)$

55. For testing the goodness of fit, we use

- (1) χ^2 -test
- (2) t-test
- (3) Sign test
- (4) F-test

56. Which one of the following is **not** a non-parametric test ?

- (1) Median test
- (2) Run test
- (3) Sign test
- (4) t-test

57. For a continuous random variable X with pdf $F(x)$ and cdf $F(x)$, read the following statements :

- (i) $F(x) = P(X \leq x)$
- (ii) $\frac{d}{dx} F(x) = f(x)$
- (iii) $P(a < X \leq b) = F_x(b) - F_x(a)$

Then which one of the following holds ?

- (1) Only (i) is correct
- (2) Only (i) and (ii) are correct
- (3) Only (i) and (iii) are correct
- (4) All the statements (i), (ii) and (iii) are correct

53. सूची I को सूची II से मिलाइए और सही उत्तर चुनिए :

सूचीI	सूचीII
I. लॉग प्रसामान्य बंटन का माध्य	a. X का लॉग प्रसामान्य बंटन है
II. स्टुडेन्ट t^2 का बंटन	b. चरघातांकी बंटन
III. बंटन स्मृति अभाव वाला है	c. F-बंटन
IV. Log X का बंटन प्रसामान्य बंटन है	d. $e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$

I II III IV

- (1) b c d a
- (2) d a b c
- (3) b a d c
- (4) d c b a

54. r खंडों वाले एक 2^3 -बहु-उपादानीय अभिप्रयोग में त्रुटि की स्वातंत्र्य कोटि होगी

- (1) $r - 1$
- (2) $7r + 1$
- (3) $7r - 1$
- (4) $7(r - 1)$

55. आसंजन-सुष्ठुता के परीक्षण के लिए, हम प्रयोग करते हैं

- (1) χ^2 -परीक्षण
- (2) t-परीक्षण
- (3) चिह्न (Sign)-परीक्षण
- (4) F-परीक्षण

56. निम्नलिखित में से कौन-सा अप्राचलिक परीक्षण नहीं है ?

- (1) माध्यिका-परीक्षण
- (2) रन-परीक्षण
- (3) चिह्न (Sign)-परीक्षण
- (4) t-परीक्षण

57. किसी संतत यादृच्छिक चर X के लिए, जिसका pdf $F(x)$ और cdf $F(x)$ है, निम्नलिखित कथनों को पढ़िए :

- (i) $F(x) = P(X \leq x)$
- (ii) $\frac{d}{dx} f(x) = F(x)$
- (iii) $P(a < X \leq b) = F_x(b) - F_x(a)$

तब निम्नलिखित में से कौन-सा लागू होता है ?

- (1) केवल (i) सही है
- (2) केवल (i) और (ii) सही हैं
- (3) केवल (i) और (iii) सही हैं
- (4) (i), (ii) और (iii) सभी कथन सही हैं

58. Read the following statements :

- (i) The probability generating function $P_x(t)$ exists only for discrete random variables X .
- (ii) The moment generating function $M_x(t)$ exists for all values of t .

Then which one of the following holds ?

- (1) Only statement (i) is correct
- (2) Only statement (ii) is correct
- (3) Both statements (i) and (ii) are correct
- (4) Both statements (i) and (ii) are wrong

59. In large samples with simple random sampling, the ratio estimator has smaller variances than the estimator $\hat{Y} = N \bar{Y}$, if the correlation coefficient ρ between X and Y is

- (1) $\rho = \frac{1}{2} \frac{CV(Y)}{CV(X)}$
- (2) $\rho = \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$
- (3) $\rho < \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$
- (4) $\rho > \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$

60. Read the following statements :

- (i) The Latin Square Design (LSD) is a complete three-way layout.
- (ii) For a latin square of order P , there can be at most $(P - 1)$ orthogonal latin squares.

Then which one of the following holds ?

- (1) Only statement (i) is correct
- (2) Only statement (ii) is correct
- (3) Both statements (i) and (ii) are correct
- (4) Both statements (i) and (ii) are wrong

61. Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from

$f(x, \theta) = e^{-|x-\theta|}; x \geq \theta > 0$. Then the MLE for θ is

- (1) $\sum_{i=1}^n X_i$
- (2) $\min(X_1, \dots, X_n)$
- (3) $\max(X_1, \dots, X_n)$
- (4) median of X_1, X_2, \dots, X_n

58. निम्नलिखित कथनों को पढ़िए :

- (i) प्रायिकता जनक फलन $P_x(t)$ केवल असंतत यादृच्छिक चरों X के लिए विद्यमान होता है।
- (ii) आधूर्णजनक फलन $M_x(t)$, t के सभी मानों के लिए विद्यमान होता है।

तब निम्नलिखित में से कौन-सा लागू होता है ?

- (1) केवल कथन (i) सही है
- (2) केवल कथन (ii) सही है
- (3) (i) और (ii) दोनों कथन सही हैं
- (4) (i) और (ii) दोनों कथन गलत हैं

59. सरल यादृच्छिक प्रतिचयन द्वारा चयनित वृहद प्रतिदर्शों में अनुपात आकलक का प्रसरण आकलक $\hat{Y} = N \bar{Y}$ से कम होता है, यदि X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक (ρ) होगा

- | | |
|--|--|
| (1) $\rho = \frac{1}{2} \frac{CV(Y)}{CV(X)}$ | (2) $\rho = \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$ |
| (3) $\rho < \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$ | (4) $\rho > \frac{1}{2} \frac{CV(X)}{CV(Y)}$ |

60. निम्नलिखित कथनों को पढ़िए :

- (i) लैटिन वर्ग अभिकल्प (LSD) एक पूर्ण तीन तरफा (त्रिधा) अभिविन्यास है।
- (ii) कोटि P के लैटिन वर्ग के लिए अधिकतम ($P - 1$) लांबिक लैटिन वर्ग हो सकते हैं।

तब निम्नलिखित में से कौन-सा लागू होता है ?

- (1) केवल कथन (i) सही है
- (2) केवल कथन (ii) सही है
- (3) (i) और (ii) दोनों कथन सही हैं
- (4) (i) और (ii) दोनों कथन गलत हैं

61. मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n , $f(x, \theta) = e^{-|x-\theta|}$; $x \geq \theta > 0$ में से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। तो θ के लिए MLE है

- | | |
|----------------------------------|--|
| (1) $\sum_{i=1}^n X_i$ | (2) न्यूनतम (X_1, \dots, X_n) |
| (3) अधिकतम (X_1, \dots, X_n) | (4) X_1, X_2, \dots, X_n की माध्यिका |

62. The Cramer-Rao lower bound to the variance of an unbiased estimator of θ based on the sample of size n from $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$; $x > 0, \theta > 0$ is

(1) $\frac{\theta^2}{n}$

(2) $\frac{\theta}{n}$

(3) $\frac{\theta}{\sqrt{n}}$

(4) $\frac{\theta^2}{2n}$

63. The 95% confidence interval for Poisson parameter λ based on a large sample of size n is

(1) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\bar{X}}{\sqrt{n}}$

(2) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\sqrt{\bar{X}}}{\sqrt{n}}$

(3) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\bar{X}}{n}$

(4) None of the above

64. If the p -component vector \mathbf{Y} is distributed according to $N_p(0, \tilde{T})$, T is non-singular, then $\mathbf{Y}'T^{-1}\mathbf{Y}$ is distributed as

(1) t_p

(2) χ_p^2

(3) Gamma (p)

(4) $F_{1, p}$

65. In multivariate normal distribution, if $\underline{X}_p = (\underline{X}^{(1)}, \underline{X}^{(2)})'$, then

$V = \underline{X}^{(1)} | \underline{X}^{(2)} = \underline{X}^{(2)}$ is

(1) $\Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}$

(2) $\Sigma_{22} - \Sigma_{12} \Sigma_{21}^{-1} \Sigma_{21}$

(3) $\Sigma_{22} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}$

(4) $\Sigma_{11} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}$

66. The number of common treatments between any two blocks of a symmetric BIBD with parameters v, b, r, k and λ is

(1) k

(2) v

(3) λ

(4) r

67. Let a $p \times 1$ vector $\underline{X} \sim N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$ and let C be a $q \times p$ non-singular matrix of rank q . Then the distribution of $\mathbf{Y} = CX$ is

(1) $N_p(C\mu, C\Sigma C')$

(2) $N_q(C\mu, C\Sigma C')$

(3) $N_p(C\mu, C'\Sigma C)$

(4) $N_q(C\mu, C'\Sigma C)$

62. $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$; $x > 0, \theta > 0$ में से लिए गए n आकार के प्रतिदर्शज पर आधारित θ के अनभिन्नता आकलक के लिए क्रेमर-राव निम्नतर परिवंध है

(1) $\frac{\theta^2}{n}$

(2) $\frac{\theta}{n}$

(3) $\frac{\theta}{\sqrt{n}}$

(4) $\frac{\theta^2}{2n}$

63. प्वासों बंटन के प्राचल λ के लिए बहुत आमाप n के प्रतिदर्श पर आधारित 95% विश्वास्यता अंतराल होगा

(1) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\bar{X}}{\sqrt{n}}$

(2) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\sqrt{\bar{X}}}{\sqrt{n}}$

(3) $\bar{X} \pm 1.96 \frac{\bar{X}}{n}$

(4) उपर्युक्त में से कोई नहीं

64. यदि Y एक p -घटक सदिश है जिसका बंटन $N_p(0, T)$ है, तब $Y'T^{-1}Y$ किसके अनुसार बंटित है (जहाँ T एक व्युत्क्रमणीय है) ?

(1) t_p

(2) χ_p^2

(3) गामा (p)

(4) $F_{1, p}$

65. बहुचर प्रसामान्य बंटन में, यदि $\underline{\underline{X}}_p = (\underline{\underline{X}}^{(1)}, \underline{\underline{X}}^{(2)})'$, तब $V = \underline{\underline{X}}^{(1)} | \underline{\underline{X}}^{(2)} = \underline{\underline{X}}^{(2)}$ होगा

(1) $\Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}$

(2) $\Sigma_{22} - \Sigma_{12} \Sigma_{21}^{-1} \Sigma_{21}$

(3) $\Sigma_{22} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}$

(4) $\Sigma_{11} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}$

66. एक सममित संतुलित अपूर्ण खण्डक अभिकल्प, जिसके प्राचल v, b, r, k व λ हैं, के किन्हीं दो खण्डकों के बीच उभयनिष्ठ उपचारों की संख्या होगी

(1) k

(2) v

(3) λ

(4) r

67. मान लीजिए कि $p \times 1$ सदिश $\underline{\underline{X}} \sim N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$ और C एक $q \times p$, q कोटि का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है। तब $Y = CX$ का बंटन होगा

(1) $N_p(C\mu, C\Sigma C')$

(2) $N_q(C\mu, C\Sigma C')$

(3) $N_p(C\mu, C'\Sigma C)$

(4) $N_q(C\mu, C'\Sigma C)$

68. The North-West corner rule is used to find
- Initial feasible solution
 - Optimal solution
 - Unbounded solution
 - Finite optimal solution
69. The variables **not** required in Dual simplex method are
- Slack variables
 - Surplus variables
 - Artificial variables
 - All of the above
70. The variance of regression estimate, if regression of Y on X is perfectly linear, is
- 0
 - 1
 - Lies between 0 and 1
 - ∞
71. If three factors A, B, C each are at two levels, it constitutes
- RBD with 3 treatments and 2 replications
 - 3^2 factorial experiment
 - 2^3 factorial experiment
 - 2×3 factorial experiment
72. Find the values of X, Y and Z respectively in the following two-way ANOVA table :

Source of variation	d.f.	S.S.	Variance Ratio
Treatments	X	360	Z
Varieties	Y	80	4
Error	32	160	
Total	44	600	

Which one of the following is correct ?

- 4, 8, 9
- 8, 4, 9
- 9, 3, 8
- 8, 4, 8

73. Let the variance-covariance matrix be given by

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Then the values of $R_{1.23}$ and $r_{13.2}$ are respectively

- $\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

68. निम्नलिखित में से किसको प्राप्त करने के लिए नॉर्थ-वेस्ट कॉर्नर नियम का प्रयोग किया जाता है ?

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| (1) प्रारंभिक सुसंगत हल | (2) इष्टतम हल |
| (3) अपरिबद्ध हल | (4) परिमित इष्टतम हल |

69. वे चर जिनकी जरूरत द्वैत एकल विधि में नहीं होती है, हैं

- | | |
|--------------------|-------------------|
| (1) न्यूनतापूरक चर | (2) आधिक्यपूरक चर |
| (3) कृत्रिम चर | (4) उपर्युक्त सभी |

70. यदि X पर Y का समाश्रयण पूर्णतया रैखिक हो, तो समाश्रयण आकलक का प्रसरण होगा

- | | |
|--------------------|--------------|
| (1) 0 | (2) 1 |
| (3) 0 और 1 के मध्य | (4) ∞ |

71. यदि तीन कारक A, B, C प्रत्येक दो दशाओं में हैं, तब यह व्यवस्था होगी

- | |
|--|
| (1) RBD तीन उपचार तथा 2 प्रतिकृति के साथ |
| (2) 3^2 क्रमगुणित प्रयोग |
| (3) 2^3 क्रमगुणित प्रयोग |
| (4) 2×3 क्रमगुणित प्रयोग |

72. निम्न द्विधा ANOVA सारणी में X, Y, Z के मान क्रमशः हैं :

प्रसरण का स्रोत	स्वातंत्र्य कोटि	वर्गों का योगफल	प्रसरण अनुपात
उपचार	X	360	Z
किस्म	Y	80	4
त्रुटि	32	160	
योग	44	600	

तब निम्न में से कौन-सा सही है ?

- | | |
|-------------|-------------|
| (1) 4, 8, 9 | (2) 8, 4, 9 |
| (3) 9, 3, 8 | (4) 8, 4, 8 |

73. मान लीजिए प्रसरण-सहप्रसरण आव्यूह दिया गया है

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

तब R_{1-23} और r_{13-2} के मान क्रमशः होंगे

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| (1) $\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}$ | (2) $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ |
| (3) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ | (4) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ |

Sub-Section II

74. Derive the mean square error of sample mean under Ratio method of estimation. In which condition is it better than simple random sampling ?
75. Find the moment generating function (MGF) of Gamma distribution with parameters (α, β) . Also find its mean and variance.
76. Write the Cramer-Rao inequality. If X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample taken from

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}; x < 0 < \infty, \theta > 0,$$

then show that \bar{X} is a minimum variance bound estimator of θ and has variance θ^2/n .

उपभाग II

74. आकलन की अनुपात विधि के अन्तर्गत प्रतिदर्श माध्य की माध्य वर्ग त्रुटि व्युत्पन्न कीजिए । किस परिस्थिति में यह सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श विधि से बेहतर होती है ?
75. प्राचलों (α, β) वाले गामा बंटन का आधूर्ण जनक फलन (MGF) ज्ञात कीजिए । इसके माध्य और प्रसरण भी ज्ञात कीजिए ।
76. क्रेमर-राव असमिका लिखिए । यदि एक यादृच्छिक प्रतिदर्श X_1, X_2, \dots, X_n ,

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}; x < 0 < \infty, \theta > 0$$

से लिया जाता है, तब दिखाइए कि \bar{X}, θ का न्यूनतम प्रसरण परिबद्ध आकलक है तथा इसका प्रसरण θ^2/n है ।